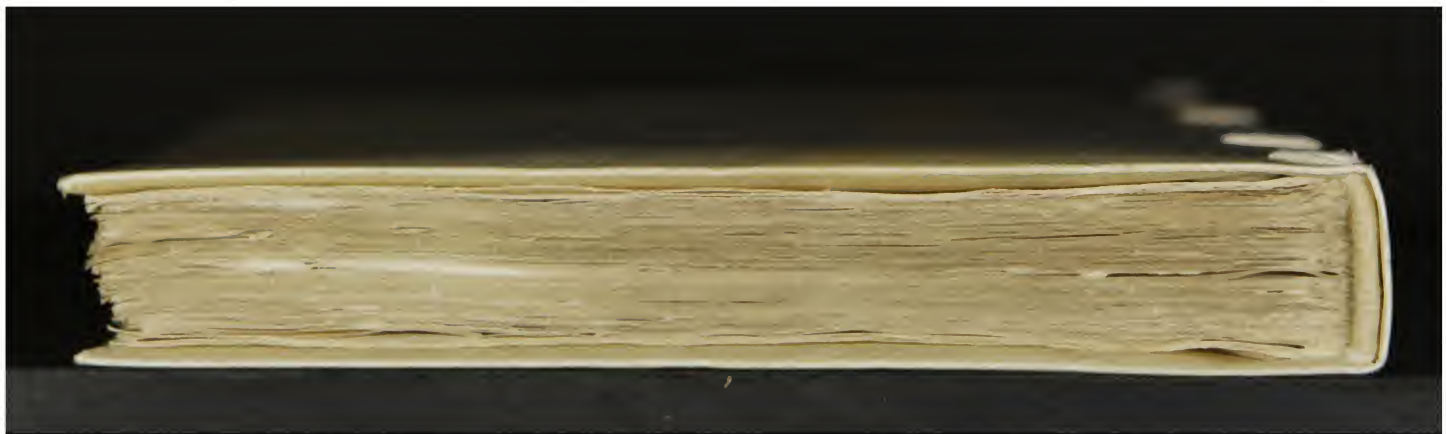




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di  
Firenze.  
CFMAGL. 1.6.267/a

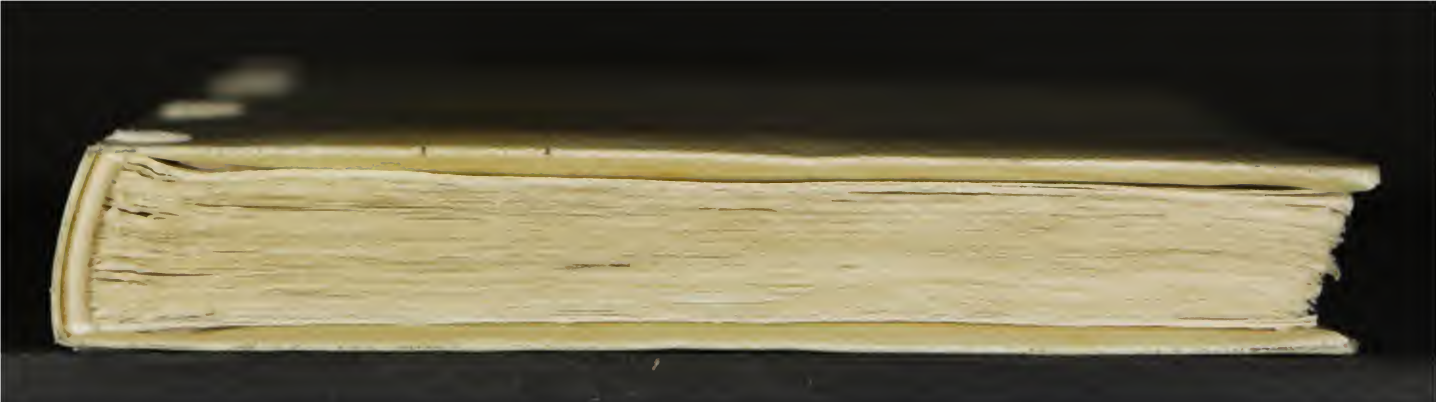






Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di  
Firenze.  
CFMAGL. 1.6.267/a





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di  
Firenze.  
CFMAGL. 1.6.267/a



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di  
Firenze.  
CFMAGL. 1.6.267/a







1. 6. 267











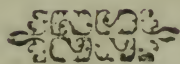


1-6-267



*Federici Commandini*

F E D E R I C I  
C O M M A N D I N I  
V R B I N A T I S  
L I B E R D E C E N T R O  
G R A V I T A T I S  
S O L I D O R V M.



CVM PRIVILEGIO IN ANNOS X.

B O N O N I A E,

Ex Officina Alexandri Benacii.

M D L X V.





LIBRARY  
OF THE  
FEDERAL  
GOVERNMENT  
WASHINGTON  
D.C.

IN THE  
CITY OF  
WASHINGTON  
D.C.

11

ALEXANDRO FARNESIO  
CARDINALI AMPLISSIMO,  
ET OPTIMO.



VM multæ res in mathematicis  
disciplinis nequaquam satis ad-  
huc explicatæ sint, tum perdif-  
ficilis, & perobscura quæstio  
est de centro gravitatis corpo-  
rum solidorum; quæ, & ad co-  
gnosendum pulcherrima est,  
& ad multa, quæ à mathematicis proponuntur, præ-  
clare intelligenda maximum affert adiuumentum. de  
qua neminem ex mathematicis, neque nostra, neque  
patrum nostrorum memoria scriptum reliquisse sci-  
mus. & quamvis in earum monumentis literarum nō  
nulla reperiantur, ex quibus in hanc sententiam addu-  
ci possumus, ut existimemus hanc rem ab iisdē vber-  
rime tractatam esse; tamen nescio quo fato adhuc  
in eiusmodi librorum ignoratione versamur. Archi-  
medes quidem mathematicorū princeps in libello,  
cuius inscriptio est, κέντρα βάρων ἐπιπέδων, de centro pla-  
norum copiosissime, atque acutissime conscripsit: &  
in eo explicando summā ingenii, & scientiæ gloriā est  
cōsecutus. Sed de cognitione cētri gravitatis corporū  
solidorū nulla in eius libris litera inuenitur. non mul-  
tos abhinc annos MARCELLVS II. PONT. MAX.



cum adhuc Cardinalis esset, mihi, quæ sua erat humanitas, libros eiusdem Archimedis de ijs, quæ vehuntur in aqua, latine redditos dono dedit. hos cum ego, ut aliorum studia incitarem, emendandos, & commentariis illustrandos suscepissem, animaduerti dubitari non posse, quin Archimedes vel de hac materia scripsisset, vel aliorum mathematicorum scripta perlegisset. nam in ijs tum alia nonnulla, tum maxime illam propositionem, ut euidentem, & aliàs probatam assumit, Centrū grauitatis in portionibus conoidis rectanguli axem ita diuidere, vt pars, quæ ad verticem terminatur, alterius partis, quæ ad basim duplicata sit. Verum hæc ad eam partem mathematicarum disciplinarum præcipue refertur, in qua de centro grauitatis corporum solidorum tractatur. non est autem consentaneum Archimedes illum admirabilem virum hanc propositionem sibi argumentis confirmandam existimaturum non fuisse, nisi eam vel aliis in locis probauisset, vel ab aliis probatam esse comperisset. quamobrem nequid in ijs libris intelligendis desiderari posset, statui hanc etiam partem, vel à veteribus prætermisam, vel tractatam quidem, sed in tenebris iacentem, non intactam relinquere; atque ex assidua mathematicorum, præsertim Archimedis lectione, quæ mihi in mentem venerunt, ea in medium afferre; ut centri grauitatis corporum solidorum, si non perfectam, at certe aliquam noti-



111

tiam haberemus. Quem meum laborem nō mathematicis solum, verum iis etiam, qui naturæ obscuritate delectantur, nō iniucundam fore speravi: multa enim προβλήματα cognitione dignissima, quæ ad utrâque scientiam attinent, sese legentibus obtulissent. neque id vlli mirandum videri debet. vt enim in corporibus nostris omnia membra, ex quibus certa quædam officia nascuntur, diuino quodam ordine inter se implicata, & colligata sunt: in iisq; admirabilis illa conspiratio, quam σύμπνοιαν græci vocant, elucescit, ita tres illæ Philosophiæ (ut Aristotelis verbo utar) quæ veritatem solam propositam habent, licet quibusdam quasi finibus suis regantur: tamen earū vnâqueque per se ipsam quodammodo imperfecta est: neque altera sine alterius auxilio plene comprehendendi potest. complures præterea mathematicorum nodi ante hac explicatu difficillimi nullo negotio expediti essent: atque (ut vno verbo complectar) nisi mea valde amo, tractationem hanc meam studiosis non mediocrem vtilitatem, & magnam voluptatem allaturam esse mihi persuasi. cum autem ad hoc scribendum aggressus essem, allatus est ad me liber Francisci Maurolici Messanensis, in quo vir ille doctissimus, & in iis disciplinis exercitissimus affirmabat se de centro grauitatis corporum solidorum conscripsisse. cum hoc intellexissem, sustinui me paulisper: tacitusque expectavi, dum opus cla-



risimi uiri, quem semper honoris causa nomino,  
in lucem proferretur: mihi enim exploratissimum  
erat: Franciscum Maurolicum multo doctius, &  
exquisitius hoc disciplinarum genus scriptis suis tra-  
diturum. sed cum id tardius fieret, hoc est, ut ego  
interpreter, diligentius, mihi diutius hac scriptione  
non super sedendum esse duxi, praesertim cum iam li-  
bri Archimedis de iis, quae uehuntur in aqua, opera  
mea illustrati typis excudendi essent. nec me alia cau-  
sa impulisset, ut de centro grauitatis corporum soli-  
dorum scriberem, nisi ut hac etiam ratione lux eis  
quam maxime fieri posset afferretur. atque id eò mihi  
faciendum existimaui, quòd in spem ueniebam fore,  
ut cum ego ex omnibus mathematicis primus, hanc  
materiam explicandam suscepissem; si quid errati for-  
te à me commissum esset, boni uiri potius id meae de-  
studiosis hominibus bene merendi cupiditati, quam  
arrogantiae ascriberent. restabat ut considerarem, cui  
potissimum ex principibus uiris contemplationem  
hanc, nunc primum memoriae, ac literis proditam de-  
dicarem. harum mearum cogitationum summa fa-  
cta, existimaui nemini conuenientius de centro graui-  
tatis corporum opus dicari oportere, quam ALE-  
XANDRO FARNESIO grauisimo, ac prudentissi-  
mo Cardinali, quo in uiro summa fortuna semper cū  
summa uirtute certauit. quid enim maxime in te ad-  
mirari debeant homines, obscurum est; usum ne re-



rum, qui pueritiæ tempus extremum principium habuisti, & imperiorū, & ad Reges, & Imperatores honorificentissimarum legationum; an excellentiam in omni genere literarum, qui vix adolescētulus, quæ homines iam confirmata ætate summo studio, diuturnisq; laboribus didicerunt, scientia, & cognitione comprehendisti: an consilium, & sapientiam in regendis, & gubernādis Ciuitatibus, cuius grauissimæ sententiæ in sanctissimo Reip. Christianæ consilio dictæ, potius diuina oracula, quàm sententiæ habitæ sunt, & habentur. prætermitto liberalitatem, & munificentiam tuam, quam in studiosissimo quoque honestando quotidie magis ostendis. ne videar auribus tuis potius, quàm veritati seruire. quamuis à te in tot præclaros viros tanta beneficia collata sunt, & conferuntur, vt omnibus testatum sit, nihil tibi esse charius, nihil iucundius, quàm eximia tua liberalitate homines ad amplexandam virtutem, licet currentes incitare. nihil dico de ceteris virtutibus tuis, quæ tantæ sunt, quantæ ne cogitatione quidem comprehendi possunt. Quamobrem hac præcipue de causâ te huius meæ lucubrationis patronum esse volui, quam ea, qua soles, humanitate accipies. te enim semper ob diuinas virtutes tuas colui, & obseruauī: nihilq; mihi fuit optatius; quàm tibi perspectum esse meum erga te animum; singularemq; obseruantiam. cœlum igitur digito attingam, si post grauissimas oc-

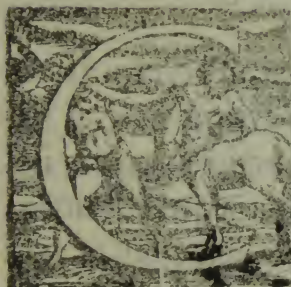
cupationes tuas legendo Federici tui libro aliquid  
impertiri temporis non grauaberis : eumq; in iis, qui  
tibi semper addicti erunt, numerare . Vale.

Federicus Commandinus .



V - 1  
FEDERICI COMMANDINI  
VRBINATIS LIBER DE CENTRO  
GRAVITATIS SOLIDORVM.

DIFFINITIONES.



ENTRVM grauitatis, Pappus  
Alexandrinus in octauo ma-  
thematicarum collectionum  
libro ita diffiniuit.

λέγμεν δὲ κέντρον βάρους ἐκάστου σώ-  
ματος εἶναι σημεῖον τι κείμενον ἐντὸς, ἀφ'  
οὗ κατ' ἐποίναν ἀρτηθὲν τὸ βάρος ἡμερῇ  
φερόμενον, καὶ φυλάσσει τὴν ἐξ ἀρχῆς θέ-  
σιν, οὐ μὴ περιτρεπόμενον ἐν τῇ φορᾷ. hoc est,

Dicimus autem centrum grauitatis uniuscu-  
iusque corporis punctum quoddam intra posi-  
tum, à quo si graue appensum mente concipia-  
tur, dum fertur quiescit; & seruat eam, quam in  
principio habebat positionem: neque in ipsa la-  
tione circumuertitur.

Possumus etiam hoc modo diffinire.

Centrum grauitatis uniuscuiusque solidæ figu-  
ræ est punctum illud intra positum, circa quod  
undique partes æqualium momentorum consi-  
stunt. si enim per tale centrum ducatur planum  
figuram quomodocunque secans semper in par-

A



F E D. C O M M A N D I N I

tes æqueponderantes ipsam diuidet.

2 Prismatis, cylindri, & portionis cylindri axem appello rectam lineam, quæ oppositorum planorum centra grauitatis coniungit.

3 Pyramidis, coni, & portionis coni axem dico lineam, quæ à uertice ad centrum grauitatis basis perducitur.

4 Si pyramis, conus, portio coni, uel conoidis secetur plano basi æquidistante, pars, quæ est ad basim, frustum pyramidis, coni, portionis coni, uel conoidis dicetur; quorum plana æquidistantia, quæ opponuntur similia sunt, & inæqualia: axes uero sunt axium figurarum partes, quæ in ipsis comprehenduntur.

P E T I T I O N E S.

1 Solidarum figurarum similium centra grauitatis similiter sunt posita.

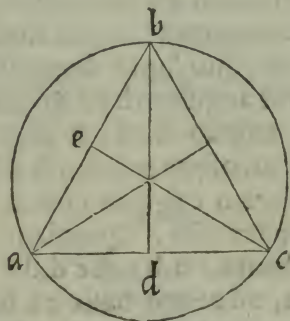
2 Solidis figuris similibus, & æqualibus inter se aptatis, centra quoque grauitatis ipsarum inter se aptata erunt.

T H E O R E M A I. P R O P O S I T I O I.

Omnis figuræ rectilineæ in circulo descriptæ, quæ æqualibus lateribus, & angulis contine-

tur, centrum grauitatis est idem, quod circuli centrum.

Sit primo triangulum æquilaterum  $abc$  in circulo descriptum: & diuisa  $ac$  bifariam in  $d$ , ducatur  $bd$ . erit in linea  $bd$  centrum grauitatis triāguli  $abc$ , ex tertia decima primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum. Et quoniam linea  $ab$  est æqualis lineæ  $bc$ ; &  $ad$  ipsi  $dc$ ; estq;  $bd$  utrique communis: triangulum  $abd$  æquale erit triangulo  $cbd$ : & anguli angulis æquales, qui æqualibus lateribus subtenduntur. ergo anguli ad  $d$  utriq; recti sunt. quod cum linea  $bd$  secet  $ac$  bifariam, & ad angulos rectos; in ipsa  $bd$  est centrum circuli. quare in eadem  $bd$  linea erit centrum grauitatis trianguli, & circuli centrum. Similiter diuisa  $ab$  bifariam in  $e$ , & ducta  $ce$ , ostendetur in ipsa utrumque centrum contineri. ergo ea erunt in puncto, in quo lineæ  $bd, ce$  conueniunt. trianguli igitur  $abc$  centrum grauitatis est idem, quod circuli centrum.

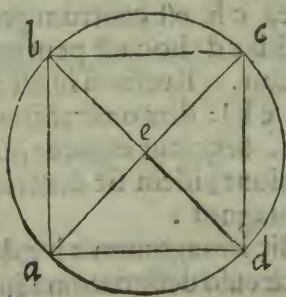


8. primū.

13. primū.

corol. primū  
ma tertio

Sit quadratum  $abcd$  in circulo descriptum: & ducantur  $ac, bd$ , quæ conueniant in  $e$ . ergo punctum  $e$  est centrum grauitatis quadrati, ex decima eiusdem libri Archimedis. Sed cum omnes anguli ad  $a, b, c, d$  recti sint; erit  $abc$  semicirculus: itemq;  $bcd$ : & propterea lineæ  $ac, bd$  diametri circuli:



31. tertii.

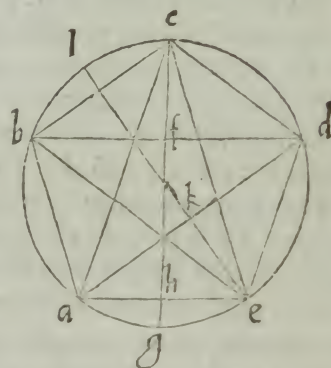
A 2



# FED. COMMANDINI

quæ quidem in centro conueniunt. idem igitur est centrum grauitatis quadrati, & circuli centrum.

Sit pentagonum æquilaterum, & æquiangulum in circulo descriptum a b c d e: & iuncta b d, bifariamq; in f diuisa, ducatur c f, & producat ad circuli circumferentiam in g; quæ lineam a e in h fecet: deinde iungantur a c, c e. Eodem modo, quo supra demonstrabimus angulum b c f æqualem esse angulo d c f; & angulos ad f utrosque rectos: & idcirco lineam c f g per circuli centrum transire. Quoniam igitur latera c b, b a, & c d, d e æqualia sunt; & æquales anguli c b a, c d e: erit basis c a basi c e, & angulus b c a angulo d c e æqualis. ergo & reliquis a c h, reliquo e c h. est autem c h utrique triangulo a c h, e c h communis. quare basis a h æqualis est basi h e: & anguli, qui ad h recti: suntq; recti, qui ad f. ergo lineæ a e, b d inter se se æquidistant. Itaque cum trapezij a b d e latera b d, a e æquidistantia à linea f h bifariam diuidantur; centrum grauitatis ipsius erit in linea f h, ex ultima eiusdem libri Archimedis. Sed trianguli b c d centrum grauitatis est in linea c f. ergo in eadem linea c h est centrum grauitatis trapezij a b d e, & trianguli b c d: hoc est pentagoni ipsius centrum: & centrum circuli. Rursus si iuncta a d, bifariamq; secta in k, ducatur e k l: demonstrabimus in ipsa utrumque centrum in esse. Sequitur ergo, ut punctum, in quo lineæ c g, e l conueniunt, idem sit centrum circuli, & centrum grauitatis pentagoni.



4. Primi.

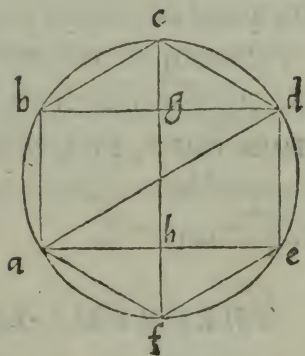
28. primi.

13. Archimedis.

Sit hexagonum a b c d e f æquilaterum, & æquiangulum in circulo designatum: iunganturq; b d, a e: & bifariam secta

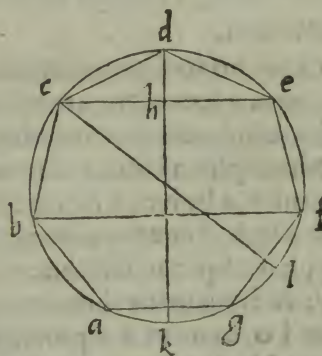
cta

Et a b d in g puncto, ducatur c g; & protrahatur ad circuli usque circumferentiam; quæ secet a e in h. Similiter concludemus c g per centrum circuli transire: & bifariam secare lineam a e; itemq; lineas b d, a e inter se æquidistantes esse. Cum igitur c g per centrum circuli transeat; & ad punctū f perueniat necesse est: quod c d e f sit dimidium circumferentia circuli. Quare in eadem diametro c f erunt centra gravitatis triangulorum b c d, a f e, & quadrilateri a b d e, ex quibus constat hexagonum a b c d e f. perspicuum est igitur in ipsa c f esse circuli centrum, & centrum gravitatis hexagoni. Rursus ducta altera diametro a d, eisdem rationibus ostendemus in ipsa utrumque cētrum inesse. Centrum ergo gravitatis hexagoni, & centrum circuli idem erit.



13. Archi  
medis.  
9. eiusdē.

Sit heptagonum a b c d e f g æquilaterum atque æquiangulum in circulo descriptum: & iungantur c e, b f, a g: diuisa autem c e bifariam in pūcto h: & iuncta d h producat in k. non aliter demonstrabimus in linea d k esse centrum circuli, & centrum gravitatis trianguli c d e, & trapeziorum b c e f, a b f g, hoc est centrum totius heptagoni: & rursus eadem centra in alia diametro e l similiter ducta contineri. Quare & centrum gravitatis heptagoni, & centrum circuli in idem punctum conveniunt. Eodem mo-





do in reliquis figuris æquilateris, & æquiangulis, quæ in circulo describuntur, probabimus cētrum grauitatis earum, & centrum circuli idem esse. quod quidem demonstrare oportebat.

Ex quibus apparet cuiuslibet figuræ rectilineæ in circulo plane descriptæ centrum grauitatis idē esse, quod & circuli centrum.

ὑποτίθω Figuram in circulo plane descriptam appellamus, cuiusmodi est ea, quæ in duodecimo elementorum libro, propositione secunda describitur. ex æqualibus enim lateribus, & angulis constare perspicuum est.

## THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Omnis figuræ rectilineæ in ellipsi plane descriptæ centrum grauitatis est idem, quod ellipsis centrum.

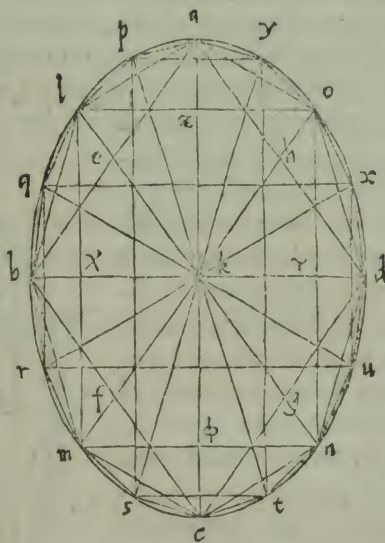
Quo modo figura rectilinea in ellipsi plane describatur, docuimus in commentarijs in quintam propositionem libri Archimedis de conoidibus, & sphaeroidibus.

Sit ellipsis  $abcd$ , cuius maior axis  $ac$ , minor  $bd$ : iunganturq;  $ab, bc, cd, da$ : & bifariam diuidantur in punctis  $efgh$ . à centro autem, quod sit  $k$  ductæ lineæ  $ke, kf, kg, kh$  usque ad sectionem in puncta  $lmno$  protrahantur: & iungantur  $lm, mn, no, ol$ , ita ut  $ac$  secet lineas  $lo, mn$ , in  $z\phi$  punctis, &  $bd$  secet  $lm, on$  in  $\chi\psi$ . erunt  $lk, kn$  linea una, itemque linea una ipsæ  $mk, ko$ : & lineæ  $ba, cd$  æquidistant lineæ  $mo$ : &  $bc, ad$  ipsi  $ln$ . rursus  $lo, mn$  axi  $bd$  æquidistant: &  $lm,$

O II

on ipsi  $a c$ . Quoniam enim triangulorum  $a b k$ ,  $a d k$ , latus  $b k$  est æquale lateri  $k d$ , &  $a k$  utrique commune; anguliq; ad  $k$  recti basis  $a b$  basi  $a d$ ; & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt. eadem quoque ratione ostendetur  $b c$  æqualis  $c d$ ; &  $a b$  ipsi  $b c$ . quare omnes  $a b$ ,  $b c$ ,  $c d$ ,  $d a$  sunt æquales. & quoniam anguli ad  $a$  æquales sunt angulis ad  $c$ ; erunt anguli  $b a c$ ,  $a c d$  coalterni inter se æquales; itemq;  $d a c$ ,  $a c b$ . ergo  $c d$  ipsi  $b a$ ; &  $a d$  ipsi  $b c$  æquidistant. At uero cum lineæ  $a b$ ,  $c d$  inter se æquidistantes bisariam secantur in punctis  $e$  g; erit linea  $l e k g n$  diameter sectionis, & linea una, ex demonstratis in uigesima octaua secundi con-

3. primi



corum. Et eadem ratione linea una  $m f k h o$ . Sunt autē  $a d$ ,  $b c$  inter se se æquales, & æquidistantes. quare & earum dimidia  $a h$ ,  $b f$ ; itemq;  $h d$ ,  $f e$ ; & quæ ipsas coniungunt rectæ lineæ æquales, & æquidistantes erunt. æquidistant igitur  $b a$ ,  $c d$  diametro  $m o$ ; & pariter  $a d$ ,  $b c$  ipsi  $l n$  æquidistare ostendemus. Si igitur manēte diametro  $a c$  intelligatur  $a b c$  portio ellipsis ad portionem  $a d c$  moueri, cum primum  $b$  applicuerit ad  $d$ , cōgruet tota portio toti portioni, lineaq;  $b a$  lineæ  $a d$ ; &  $b c$  ipsi  $c d$  congruet: punctum uero  $e$  cadet in  $h$ ;  $f$  in  $g$ ; & linea  $k e$  in lineam  $k h$ ; &  $k f$  in  $k g$ . quare &  $e l$  in  $h o$ , et  $f m$  in  $g n$ . At ipsa  $l z$  in  $z o$ ; et  $m \phi$  in  $\phi n$  cadet. congruet igitur triangulum  $l k z$  triangulo  $o k z$ : et

33. primi



# FED. COMMANDINI

28. primi.

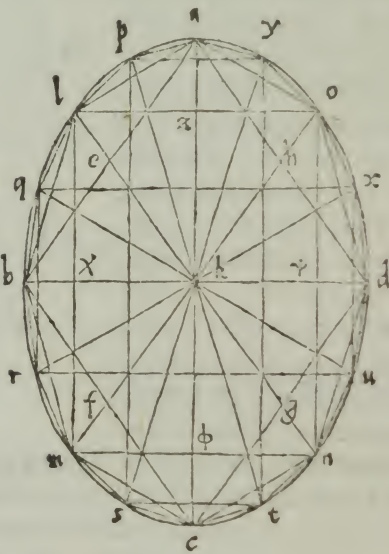
13. Archi  
medis.

Vltima.

triangulum  $m k \phi$  triangulo  $n k \phi$ . ergo anguli  $l z k$ ,  $o z k$ ,  
 $m \phi k$ ,  $n \phi k$  æquales sunt, ac recti. quòd cum etiam recti  
sint, qui ad  $k$ ; æquidistant lineæ  $l o$ ,  $m n$  axi  $b d$ . & ita  
demonstrabuntur  $l m$ ,  $o n$  ipsi  $a c$  æquidistare. Rursus si  
iungantur  $a l$ ,  $l b$ ,  $b m$ ,  $m c$ ,  $c n$ ,  $n d$ ,  $d o$ ,  $o a$ : & bifariam di  
uidantur: à centro autem  $k$  ad diuisiones ductæ lineæ pro  
trahantur usque ad sectionem in puncta  $p q r s t u x y$ : & po  
stremo  $p y$ ,  $q x$ ,  $r u$ ,  $s t$ ,  $q r$ ,  $p s$ ,  $y t$ ,  $x u$  coniungantur. Simili  
ter ostendemus lineas

$p y$ ,  $q x$ ,  $r u$ ,  $s t$  axi  $b d$  æ  
quidistantes esse: &  $q r$ ,  
 $p s$ ,  $y t$ ,  $x u$  æquidistan  
tes ipsi  $a c$ . Itaque dico  
harum figurarum in el  
lipsi descriptarum cen  
trum grauitatis esse pū  
ctum  $k$ , idem quod & el  
lipsis centrum. quadri  
lateri enim  $a b c d$  cen  
trum est  $k$ , ex decima e  
iusdem libri Archime  
dis, quippe cū in eo om  
nes diametri cōueniāt.  
Sed in figura  $a l b m c n$   
 $d o$ , quoniam trianguli  
 $a l b$  centrum grauitatis

est in linea  $l e$ : trapezij  $q$ ;  $a b m o$  centrum in linea  $e k$ : trape  
zij  $o m c d$  in  $k g$ : & trianguli  $c n d$  in ipsa  $g n$ : erit magnitu  
dinis ex his omnibus constantis, uidelicet totius figuræ cen  
trum grauitatis in linea  $l n$ : & ob eandem causam in linea  
 $o m$ . est enim trianguli  $a o d$  centrum in linea  $o h$ : trapezij  
 $a l n d$  in  $h k$ : trapezij  $l b c n$  in  $k f$ : & trianguli  $b m c$  in  $f m$ .  
cum ergo figuræ  $a l b m c n d o$  centrum grauitatis sit in li  
nea  $l n$ , & in linea  $o m$ ; erit centrum ipsius punctum  $k$ , in  
quo







# FED. COMMANDINI

test in portione, quæ recta linea & obtusianguli coni sectione, seu hyperbola continetur.

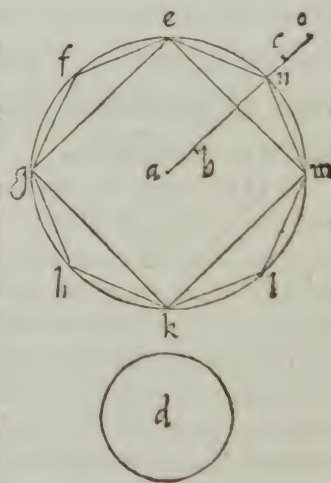
## THEOREMA IIII. PROPOSITIO IIII.

IN circulo & ellipsi idem est figuræ & gravitatis centrum.

SIT circulus, uel ellipsis, cuius centrum  $a$ . Dico  $a$  gravitatis quoque centrum esse. Si enim fieri potest, sit  $b$  centrum gravitatis: & iuncta  $a$   $b$  extra figuram in  $c$  producat: quam uero proportionem habet linea  $ca$  ad  $ab$ , habeat circulus  $a$  ad alium circulum, in quo  $d$ ; uel ellipsis ad aliam ellipsim: & in circulo, uel ellipsi figura rectilinea plane describatur adeo, ut tandem relinquuntur portiones quædam minores circulo, uel ellipsi  $d$ ; quæ figura sit  $efghklmn$ . Illud uero in circulo fieri potest ex duodecimo elementorum libro, propositione secunda manifeste constet; at in ellipsi nos demonstravimus in commentariis in quintam propositionem Archimedis de conoidibus, & sphaeroidibus. erit igitur  $a$  centrum gravitatis ipsius figuræ, quod proxime ostendimus. Itaque quoniam circulus  $a$  ad circulum  $d$ ; uel ellipsis  $a$  ad ellipsim  $d$  eandem proportionem habet, quam linea  $ca$  ad  $ab$ : portiones uero sunt minores circulo uel ellipsi  $d$ : habebit circulus, uel ellipsis ad portiones maiorem proportionem, quam  $ca$  ad  $ab$ : & diuidendo figura rectilinea  $efghklmn$  ad portiones

8. quinti.

19. quinti  
apud Cā  
panum.



habebit

habet maiorē proportionē,  
quam  $cb$  ad  $ba$ . fiat  $ob$  ad  $ba$ ,  
ut figura rectilinea ad portio-  
nes. cum igitur à circulo, uel el-  
lipse, cuius gravitatis centrum  
est  $b$ , auferatur figura rectilinea  
 $efghklmn$ , cuius centrum  $a$ ;  
reliquæ magnitudinis ex portio-  
nibus compositæ centrum graui-  
tatis erit in linea  $ab$  producta,  
& in puncto  $o$ , extra figuram po-  
sito. quod quidem fieri nullo mo-  
do posse perspicuum est. sequi-  
tur ergo, ut circuli & ellipsis cen-  
trum gravitatis sit punctum  $a$ ,  
idem quod figuræ centrum.

A L I T E R.

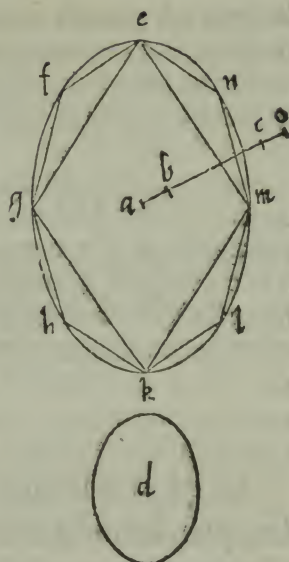
Sit circulus, uel ellipsis  $abcd$ ,  
cuius diameter  $db$ , & centrum  $e$ : ducaturq; per  $e$  rectali-  
nea  $ac$ , secans ipsam  $db$  ad rectos angulos. erunt  $adc$ ,  
 $abc$  circuli, uel ellipsis dimidiæ portiones. Itaque quo-

niam por-  
tiōis  $adc$   
cētrū gra-  
uitatis est  
in diame-  
tro  $de$ : &  
portionis  
 $abc$  cen-  
trum est  $i$   
ipsa  $eb$ : to-  
tius circu-

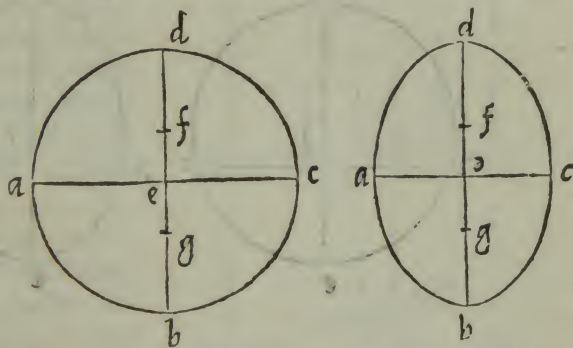
li, uel ellipsis gravitatis centrum erit in diametro  $db$ .

Sit autem portionis  $adc$  cētrum gravitatis  $f$ : & sumatur

B



8. Archi-  
medis.

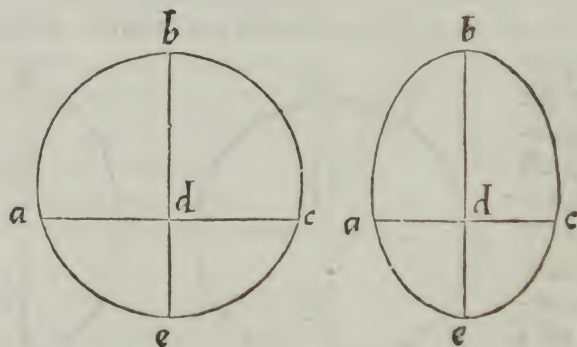




FED. COMMANDINI

in linea e b punctū g, ita ut sit g e æqualis e f. erit g portionis a b c centrum. nam si hæ portiones, quæ æquales & similes sunt, inter se se aptentur, ita ut b e cadat in d e, & punctum b in d cadet, & g in f: figuris autem æqualibus, & similibus inter se aptatis, centra quoque gravitatis ipsarum inter se aptata erunt, ex quinta petitione Archimedis in libro de centro gravitatis planorum. Quare cum portionis a d c centrum gravitatis sit f: & portionis a b c centrum g: magnitudinis; quæ ex utrisque efficitur: hoc est circuli uel ellipsis gravitatis centrum in medio lineæ f g, quod est e, consistet, ex quarta propositione eiusdem libri Archimedis. ergo circuli, uel ellipsis centrum gravitatis est idem, quod figuræ centrum. atque illud est, quod demonstrare oportebat.

Ex quibus sequitur portionis circuli, uel ellipsis, quæ dimidia maior sit, centrum gravitatis in diametro quoque ipsius consistere.



Sit enim maior portio a b c, cuius diameter b d, & compleatur circulus, uel ellipsis, ut portio reliqua sit a e c, diameter

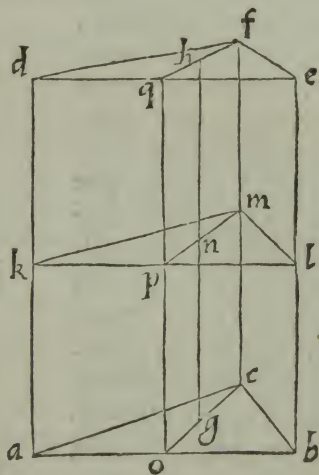


metrum habens  $e d$ . Quoniam igitur circuli uel ellipses  $a e c b$  grauitatis centrum est in diametro  $b e$ , & portionis  $a e c$  centrum in linea  $e d$ : reliquæ portionis, uidelicet  $a b c$  centrum grauitatis in ipsa  $b d$  consistat necesse est, ex octaua propositione eiusdem.

## THEOREMA V. PROPOSITIO V.

SI prisma secetur plano oppositis planis æquidistante, sectio erit figura æqualis & similis ei, quæ est oppositorum planorum, centrum grauitatis in axe habens.

Sit prisma, in quo plana opposita sint triangula  $a b c$ ,  $d e f$ ; axis  $g h$ : & secetur plano iam dictis planis æquidistante; quod faciat sectionem  $k l m$ ; & axi in puncto  $n$  occurrat. Dico  $k l m$  triangulum æquale esse, & simile triangulis  $a b c$   $d e f$ ; atque eius grauitatis centrum esse punctum  $n$ . Quoniam enim plana  $a b c$   $k l m$  æquidistantia secantur a plano  $a e$ ; rectæ lineæ  $a b$ ,  $K l$ , quæ sunt ipsorum cōmunes sectiones inter se se æquidistant. Sed æquidistant  $a d$ ,  $b e$ ; cum  $a e$  sit parallelogrammum, ex prismatis diffinitione. ergo &  $a l$  parallelogrammū erit; & propterea linea  $k l$ , ipsi  $a b$  æqualis. Similiter demonstrabitur  $l m$  æquidistans, & æqualis  $b c$ ; &  $m k$  ipsi  $c a$ .



16. undecimi.

34. primi

# FED. COMMANDINI

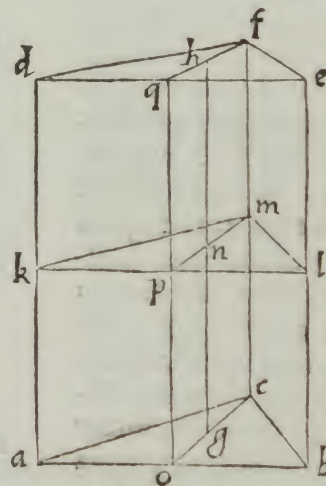
10. undecimi

10. undecimi

4. sexti

per 5. petitionem  
Archimedis.

Itaque quoniam duæ lineæ  $Kl$ ,  $lm$  se se tangentes, duabus lineis se se tangentibus  $ab$ ,  $bc$  æquidistant; nec sunt in eodem plano: angulus  $klm$  æqualis est angulo  $abc$ : & ita angulus  $lmk$ , angulo  $bca$ , &  $mkl$  ipsi  $cab$  æqualis probabitur. triangulum ergo  $klm$  est æquale, & simile triangulo  $abc$ . quare & triangulo  $def$ . Ducatur linea  $cg$ , & per ipsam, & per  $c$  ducatur planum secans prisma; cuius & parallelogrammi  $ae$  communis sectio sit  $opq$ . transibit linea  $fq$  per  $h$ , &  $mp$  per  $n$ . nam cum plana æquidistantia secantur à plano  $cq$ , communes eorum sectiones  $cg$ ,  $mp$ ,  $fq$  sibi ipsis æquidistant. Sed & æquidistant  $ab$ ,  $kl$ ,  $de$ . anguli ergo  $aoc$ ,  $kpm$ ,  $dqf$  inter se æquales sunt: & sunt æquales qui ad puncta  $akd$  constituuntur. quare & reliqui reliquis æquales; & triangula  $aoc$ ,  $kmp$ ,  $dfq$  inter se similia erunt. Ut igitur  $ca$  ad  $ao$ , ita  $fd$  ad  $dq$ : & permutando ut  $ca$  ad  $fd$ , ita  $ao$  ad  $dq$ . est autem  $ca$  æqualis  $fd$ . ergo &  $ao$  ipsi  $dq$ . eadem quoque ratione &  $ao$  ipsi  $Kp$  æqualis demonstrabitur. Itaque si triangula,  $abc$ ,  $def$  æqualia & similia inter se aptentur, cadet linea  $fq$  in lineam  $cg$ . Sed & centrū gravitatis  $h$  in  $g$  centrū cadet. transibit igitur linea  $fq$  per  $h$ : & planum per  $co$  &  $c$  ductū per axē  $gh$  ducetur: idcircoque lineam  $mp$  etiā per  $n$  transire necesse erit. Quoniam ergo  $fh$ ,  $cg$  æquales sunt, & æquidistantes: itemque  $hq$ ,  $go$ ; rectæ lineæ, quæ ipsas cōnectūt  $cmf$ ,  $gnh$ ,  $opq$  æquales & æquidistantes erūt.



æqui-



æquidistant autem  $cgo$ ,  $mnp$ . ergo parallelogrāma sunt  $on$ ,  $gm$ , & linea  $mn$  æqualis  $cg$ ; &  $n$  ipsi  $go$ . aptatis igitur  $klm$ ,  $abc$  triāgulis, quæ æqualia & similia sūt; linea  $mp$  in  $co$ , & punctum  $n$  in  $g$  cadet. Quòd cū  $g$  sit centrum gravitatis triāguli  $abc$ , &  $n$  triāguli  $klm$  gravitatis centrum erit id, quod demonstrandum relinquebatur. Simili ratione idem contingere demonstrabimus in aliis prismatibus, siue quadrilatera, siue plurilatera habeant plana, quæ opponuntur.

## COROLLARIUM.

Ex iam demonstratis perspicue apparet, cuiuslibet prismatis axem, parallelogrammorum lateribus, quæ ab oppositis planis ducuntur æquidistare.

## THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

Cuiuslibet prismatis centrum gravitatis est in plano, quod oppositis planis æquidistans, reliquorum planorum latera bifariam diuidit.

Sit prisma, in quo plana, quæ opponuntur sint triāgula  $ace$ ,  $bdf$ : & parallelogrammorum latera  $ab$ ,  $cd$ ,  $ef$  bifariam diuidantur in punctis  $ghk$ : per diuisiones autem planum ducatur; cuius sectio figura  $ghk$ . erit linea  $gh$  æquidistans lineis  $ac$ ,  $bd$  &  $hk$  ipsis  $ce$ ,  $df$ . quare ex decimaquinta undecimi elementorum, planum illud planis  $ace$ ,  $bdf$  æquidistabit, & faciet sectionem figuram ipsis æqualem, & similem, ut proxime demonstrauimus. Dico centrum gravitatis prismatis esse in plano  $ghk$ . Si enim fieri potest, sit eius centrum  $l$ : & ducatur  $lm$  usque ad planum  $ghk$ , quæ ipsi  $ab$  æquidistet.

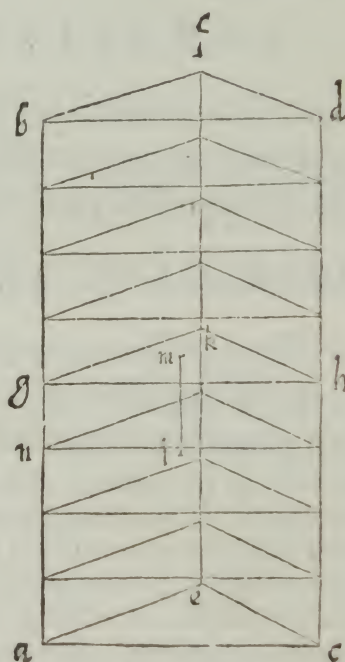
33. primi

s. huius

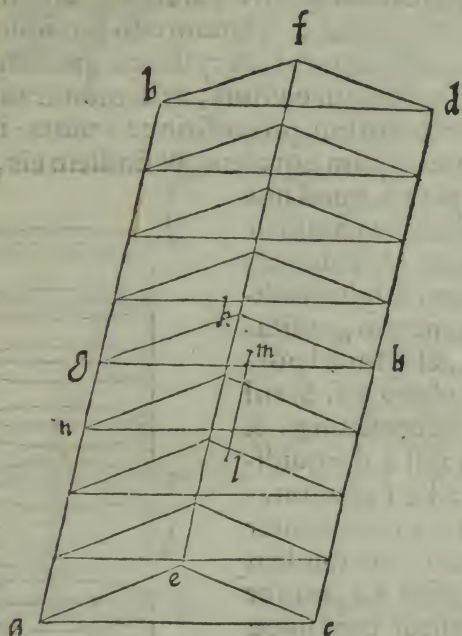


# FED. COMMANDINI

1. decimi ergo linea a g continenter in duas partes æquales diui-  
 fa, relinquetur tãdem pars aliqua n g, quæ minor erit l m.  
 Vtraque uero linearum a g, g b diuidatur in partes æqua-  
 les ipsi n g: & per puncta diuisionum plana oppositis pla-  
 nis æquidistantia ducantur. erunt sectiones figuræ æqua-  
 les, ac similes ipsis a c c, b d f: & totum prisma diuisum erit  
 in prismata æqualia, & similia: quæ cum inter se congruât;  
 & grauitatis centra sibi ipsis congruentia, respondentiaq;  
 habebunt. Itaq;  
 sunt magnitudi-  
 nes quædã æqua-  
 les ipsi n h, & nu-  
 mero pares, qua-  
 rum centra gra-  
 uitatis in eadẽ re-  
 ctã lineã consti-  
 tuuntur: duæ ue-  
 ro mediæ æqua-  
 les sunt. & quæ ex  
 utraque parte i-  
 psarum simili-  
 ter æquales: & æ-  
 quales rectæ li-  
 neæ, quæ inter  
 grauitatis centra  
 interiiciuntur.  
 quare ex corolla-  
 rio quintæ pro-  
 positionis primi  
 libri Archimedis  
 de centro graui-  
 tatis planorum; magnitudinis ex his omnibus compositæ  
 centrum grauitatis est in medio lineæ, quæ magnitudi-  
 num mediarum centra coniungit. at qui non ita res ha-  
 bet,



bet, si quidem  $l$  extra medias magnitudines positum est.  
Constat igitur centrum grauitatis prismatis esse in plano



$ghk$ , quod nos demonstrandum proposuimus. At si opposita plana in prismatico sint quadrilatera, uel plurilatera, eadem erit in omnibus demonstratio.

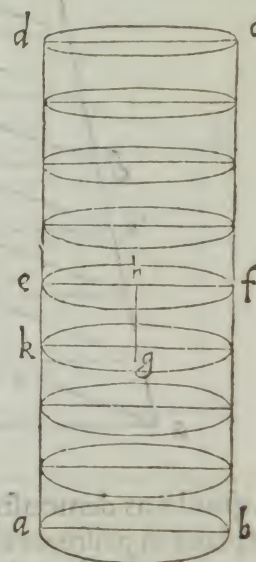
# THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

Cuiuslibet cylindri, & cuiuslibet cylindri portionis centrum grauitatis est in plano, quod basis æquidistans, parallelogrammi per axem latera bifariam secat,

C

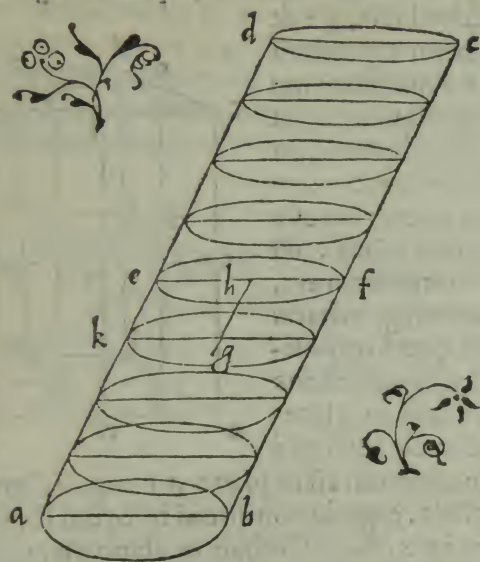


SIT cylindrus, uel cylindri portio a c & plano per a xem ducto secetur; cuius sectio sit parallelogrammum a b c d: & bifariam diuisis a d, b c parallelogrammi lateribus, per diuisionum puncta e f planum basi æquidistans ducatur; quod faciet sectionem, in cylindro quidem circulum æqualem iis, qui sunt in basibus, ut demonstrauit Serenus in libro cylindricorum, propositione quinta: in cylindri uero portione ellipsim æqualem, & similem eis, quæ sunt in oppositis planis, quod nos demonstrauius in commentariis in librum Archimedis de conoidibus, & sphaeroidibus. Dico centrum grauitatis cylindri, uel cylindri portionis esse in plano e f. Si enī fieri potest, sit centrum g: & ducatur g h ipsi a d æquidistans, usque ad e f planum. Itaque linea a e continenter diuisa bifariam, erit tandem pars aliqua ipsius k e, minor g h. Diuidantur ergo lineæ a e, e d in partes æquales ipsi k e: & per diuisiones plana basibus æquidistantia ducantur. erunt iam sectiones, figuræ æquales, & similes eis, quæ sunt in basibus: atque erit cylindrus in cylindros diuisus: & cylindri portio in portiones æquales, & similes ipsi k f. reliqua similiter, ut superius in prismatico concludentur.



THEO-





## THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

Cuiuslibet prismatis, & cuiuslibet cylindri, uel cylindri portiois grauitatis centrum in medio ipsius axis consistit.

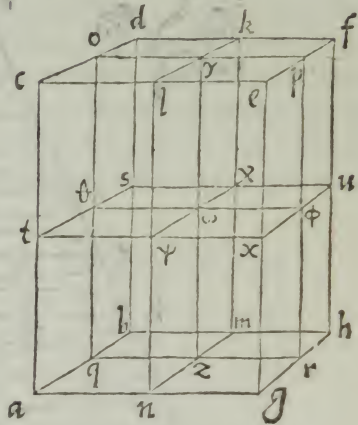
Sit primum a prismata æquidistantibus planis contentū, quod solidum parallelepipedum appellatur: & oppositorum planorum  $cf, ah, da, fg$  latera bifariam diuidantur in punctis  $k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, x$ : & per diuisiones ducantur plana  $k, n, o, r, s, x$ . communes autem eorum planorum sectiones sint lineæ  $y, z, \phi, \chi, \downarrow$ : quæ in puncto  $w$  conueniāt. erit ex decima eiusdem libri Archimedis parallelogrammi  $cf$  centrum grauitatis punctum  $y$ ; parallelogrammi  $ah$

C 2

FED. COMMANDINI

centrum  $z$ : parallelogrammi  $a d, f$ : parallelogrammi  $f g, p$ :  
parallelogrammi  $d h, x$ : &  
parallelogrammi  $c g$  centrū  
¶: atque erit  $\omega$  punctum me-  
dium uniuscuiusque axis, ui-  
delicet eius lineæ, quæ oppo-  
sitorum planorū centra con-  
iungit. Dico  $\omega$  centrum esse  
grauitatis ipsius solidi. est  
enim, ut demonstrauimus,  
solidi  $a f$  centrum grauitatis  
in plano  $K n$ ; quod oppo-  
sitis planis  $a d, g f$  æquidistans  
reliquorum planorum late-  
ra bifariam diuidit: & simili  
ratione idem centrum est in plano  $o r$ , æquidistante planis  
 $a e, b f$  oppositis. ergo in communi ipsorum sectione: ui-  
delicet in linea  $y z$ . Sed est etiam in plano  $t u$ , quod quidē  
 $y z$  secat in  $\omega$ . Constat igitur centrum grauitatis solidi esse  
punctum  $\omega$ , medium scilicet axium, hoc est linearum, quæ  
planorum oppositorum centra coniungunt.

Sit aliud prima  $a f$ ; & in eo plana, quæ opponuntur, tri-  
angula  $a b c, d e f$ : diuisisq; bifariam parallelogrammorum  
lateribus  $a d, b e, c f$  in punctis  $g h k$ , per diuisiones planū  
ducatur, quod oppositis planis æquidistans faciet sectionē  
triangulum  $g h k$  æquale, & simile ipsis  $a b c, d e f$ . Rursus  
diuidatur  $a b$  bifariam in  $l$ : & iuncta  $c l$  per ipsam, & per  
 $c k f$  planum ducatur prisma secans, cuius, & parallelogrā-  
mi  $a e$  communis sectio sit  $l m n$ . diuidet punctum  $m$  li-  
neam  $g h$  bifariam; & ita  $n$  diuidet lineam  $d e$ : quoniam  
triangula  $a c l, g k m, d f n$  æqualia sunt, & similia, ut supra  
demonstrauimus. Iam ex iis, quæ tradita sunt, constat cen-  
trum grauitatis prismatis in plano  $g h k$  contineri. Dico  
ipsum esse in linea  $k m$ . Si enim fieri potest, sit  $o$  centrum;  
& per



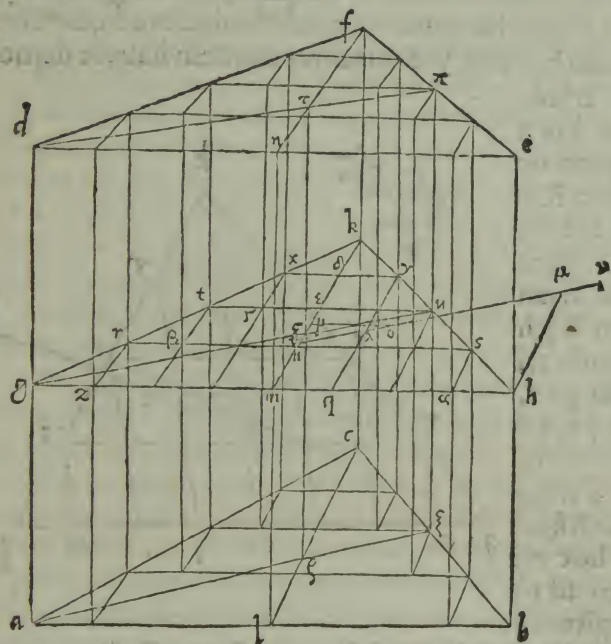
6. huius

5. huius



DE CENTRO GRAVIT. SOLID. 11

& per o ducatur o p ad k m ipsi h g æquidistans. Itaque li-  
nea h m bifariã usque eò diuidatur, quoad reliqua sit pars  
quædam q m, minor o p. deinde h m, m g diuidantur in  
partes æquales ipsi m q: & per diuisiones lineæ ipsi m K  
æquidistantes ducantur. puncta uero, in quibus hæ trian-  
gulorum latera secant, coniungantur ductis lineis r s, t u,



xy; quæ basi g h æquidistabunt. Quoniam enim lineæ g z,  
h æ sunt æquales: itemq; æquales g m, m h: ut m g ad g z,  
ita erit m h, ad h æ: & diuidendo, ut m z ad z g, ita m æ ad  
æ h. Sed ut m z ad z g, ita k r ad r g: & ut m æ ad æ h, ita k s  
ad s h. quare ut k r ad r g, ita k s ad s h. æquidistant igitur  
inter se r s, g h. eadem quoque ratione demonstrabimus

2. sexti.  
1. quinti  
2. sexti.

19. sexti

2: uel 12:  
quinti.

$tu, xy$  ipsi  $gh$  æquidistare. Et quoniam triangula, quæ sunt à lineis  $Ky, yu, us, sh$  æqualia sunt inter se, & similia triangulo  $Kmh$ : habebit triangulum  $Kmh$  ad triangulū  $Kdy$  duplam proportionem eius, quæ est lineæ  $kh$  ad  $Ky$ . sed  $Kh$  posita est quadrupla ipsius  $ky$ . ergo triangulum  $Kmh$  ad triangulum  $Kdy$  eadem proportionem habebit, quam sexdecim ad unū: & ad quatuor triangula  $kdy, yu, us, sh$  habebit eandem, quam sexdecim ad quatuor, hoc est quam  $hK$  ad  $ky$ : & similiter eandem habere demonstra-

bitur trian-  
gulum  $kmg$   
ad quatuor  
triangula  $Kdy$

$x, x\gamma t, t\beta r,$   
 $rzg$ . quare

totum trian-

gulum  $Kgh$

ad omnia tri-

angula  $g zr,$

$r\beta t, t\gamma x, x\delta K,$

$Kdy, yu,$

$us, sh$  ita

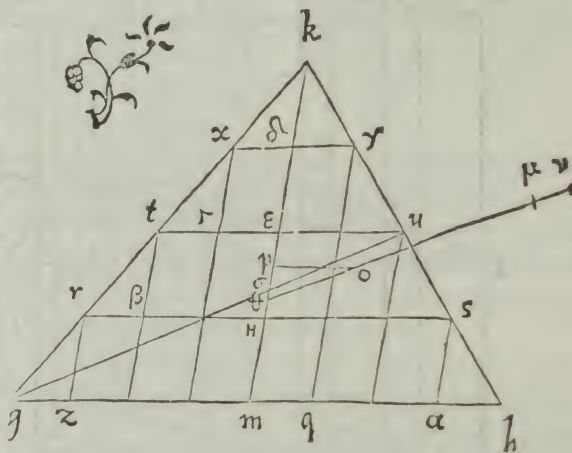
erit, ut  $hK$  ad

$ky$ , hoc est

ut  $hm$  ad  $m$

$q$ . Si igitur in

triangulis  $abc, def$  describantur figurae similes ei, quæ descripta est in  $ghK$  triangulo: & per lineas sibi respondentes plana ducantur: totum prisma  $a f$  diuisum erit in tria solida parallelepipeda  $y\gamma, u\beta, sz$ , quorum bases sunt æquales & similes ipsis parallelogrammis  $y\gamma, u\beta, sz$ : & in octo prismata  $g zr, r\beta t, t\gamma x, x\delta K, kdy, yu, us, sh$ : quorum item bases æquales, & similes sunt dictis triangulis; altitudo autem in omnibus, totius prismatis altitudini æqualis.





Itaque solidi parallelepipedum  $\gamma\gamma$  centrum gravitatis est in linea  $\delta\epsilon$ : solidi  $u\beta$  centrum est in linea  $\epsilon\eta$ : & solidi  $s z$  in linea  $\eta\mu$ , quæ quidem lineæ axes sunt, cum planorum oppositorum centra coniungant. ergo magnitudinis ex his solidis compositæ centrum gravitatis est in linea  $\delta\mu$ , quod sit  $\theta$ ; & iuncta  $\theta\phi$  producat: à puncto autem  $h$  ducatur  $h\mu$  ipsi  $m\kappa$  æquidistans, quæ cum  $\theta\phi$  in  $\mu$  conveniat. triangulum igitur  $gh\kappa$  ad omnia triangula  $g z r$ ,  $r\beta t$ ,  $t\gamma x$ ,  $x\delta\kappa$ ,  $\kappa\delta y$ ,  $y u$ ,  $u s$ ,  $s\alpha h$  eandem habet proportionem, quam  $h m$  ad  $m q$ ; hoc est, quam  $\mu\theta$  ad  $\theta\lambda$ : nam si  $h m$ ,  $\mu\theta$  produci intelligantur, quousque coeant; erit ob linearum  $q y$ ,  $m\kappa$  æquidistantiam, ut  $h q$  ad  $q m$ , ita  $\mu\lambda$  ad  $\theta\lambda$ : & componendo, ut  $h m$  ad  $m q$ , ita  $\mu\theta$  ad  $\theta\lambda$ . linea uero  $\theta\phi$  maior est, quam  $\theta\lambda$ : habebit igitur  $\mu\theta$  ad  $\theta\lambda$  maiorem proportionem, quam  $\mu\theta$  ad  $\theta\phi$ . quare triangulum etiam  $gh\kappa$  ad omnia iam dicta triangula maiorem proportionem habebit, quam  $\mu\theta$  ad  $\theta\phi$ . sed ut triangulum  $gh\kappa$  ad omnia triangula, ita totum prisma  $a f$  ad omnia prismata  $g z r$ ,  $r\beta t$ ,  $t\gamma x$ ,  $x\delta\kappa$ ,  $\kappa\delta y$ ,  $y u$ ,  $u s$ ,  $s\alpha h$ : quoniam enim solida parallelepipeda æque alta, eandem inter se proportionem habent, quam bases; ut ex trigesima secunda undecimi elementorum constat. sunt autem solida parallelepipeda prismatum triangulares bases habentium dupla: sequitur, ut etiam huiusmodi prismata inter se sint, sicut eorum bases. ergo totum prisma ad omnia prismata maiorem proportionem habet, quam  $\mu\theta$  ad  $\theta\phi$ : & diuidendo solida parallelepipeda  $\gamma\gamma$ ,  $u\beta$ ,  $s z$  ad omnia prismata proportionem habent maiorem, quam  $\mu\theta$  ad  $\theta\phi$ . fiat  $\nu$  o ad  $\theta$ , ut solida parallelepipeda  $\gamma\gamma$ ,  $u\beta$ ,  $s z$  ad omnia prismata. Itaque cum à prismate  $a f$ , cuius centrum gravitatis est  $\phi$ , auferatur magnitudo ex solidis parallelepipedis  $\gamma\gamma$ ,  $u\beta$ ,  $s z$  constans: atque ipsius gravitatis centrum sit  $\theta$ : reliquæ magnitudinis, quæ ex omnibus prismatibus constat, gravitatis centrum erit in linea  $\theta\phi$  producta: & in puncto  $\nu$ , ex octava propositione eiusdem libri Archi-

8. quinti.

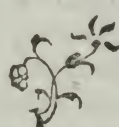
28. unde  
cimi

15. quinti

19. quinti  
apud Cā  
panum.

100

centrū

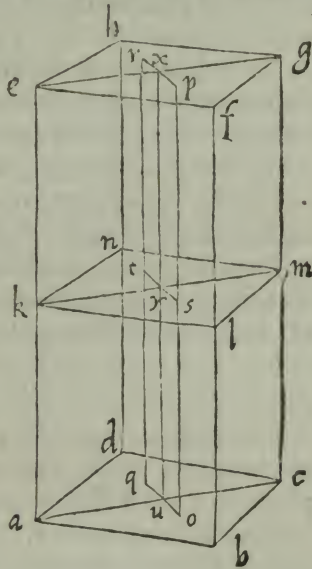


trianguli



trianguli  $ghK$ , & ipsius  $p\tau$  axis medium.

Sit prisma  $ag$ , cuius opposita plana sint quadrilatera  $abcd$ ,  $efgh$ : secanturq;  $ae$ ,  $bf$ ,  $cg$ ,  $dh$  bifariam: & per divisiones planum ducatur; quod sectionem faciat quadrilaterum  $klmn$ . Deinde iuncta  $ac$  per lineas  $ac$ ,  $ae$  ducatur planum secans prisma, quod ipsum diuidet in duo prismata triangulares bases habentia  $abcefg$ ,  $adcehg$ . Sint autem triangulorum  $abc$ ,  $efg$  gravitatis centra  $op$ : & triangulorum  $adc$ ,  $ehg$  centra  $qr$ : iunganturq;  $op$ ,  $qr$ ; quæ plano  $klmn$  occurrant in punctis  $s$ ,  $t$ . erit ex iis, quæ demonsttrauimus, punctum  $s$  gravitatis centrum trianguli  $klm$ ; & ipsius prismatis  $abcefg$ : punctum uero  $t$  centrum gravitatis trianguli  $knm$ , & prismatis  $adcehg$ . iunctis igitur  $oq$ ,  $pr$ ,  $st$ , erit in linea  $oqc$  centrum gravitatis quadrilateri  $abcd$ , quod sit  $u$ : & in linea  $pr$  centrum quadrilateri  $efgh$  sit autem  $x$ . denique iungatur  $ux$ , quæ secet lineam  $st$  in  $y$ . scabit enim cum sint in eodem



s. huius.

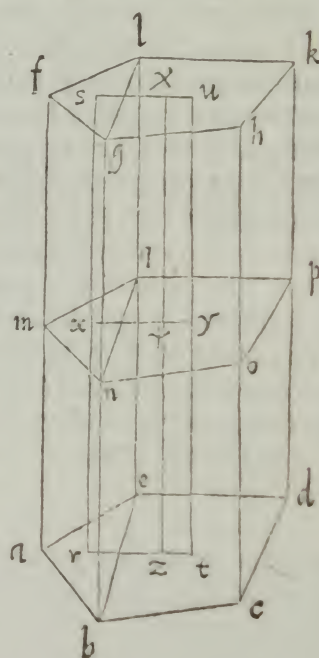
plano: atq; erit  $y$  gravitatis centrum quadrilateri  $klmn$ . Dico idem punctum  $y$  centrum quoque gravitatis esse totius prismatis. Quoniam enim quadrilateri  $klmn$  gravitatis centrum est  $y$ : linea  $sy$  ad  $y$   $t$  eandem proportionem habebit, quam triangulum  $knm$  ad triangulum  $klm$ , ex 8 Archimedis de centro gravitatis planorum. Ut autem triangulum  $knm$  ad ipsum  $klm$ , hoc est ut triangulum  $adc$  ad triangulum  $abc$ , æqualia enim sunt, ita prisma  $adcehg$

D

# FED. COMMANDINI

ad prisma  $abc\ efg$ . quare lineas  $y$  ad  $y$  teandem proportionem habet, quam prisma  $ad\ c\ e\ h\ g$  ad prisma  $ab\ c\ e\ fg$ . Sed prismatis  $ab\ c\ e\ fg$  centrum gravitatis est  $s$ : & prismatis  $ad\ c\ e\ h\ g$  centrum  $t$ . magnitudinis igitur ex his compositæ, hoc est totius prismatis  $a\ g$  centrum gravitatis est punctum  $y$ ; medium scilicet axis  $ux$ , qui oppositorum planorum centra coniungit.

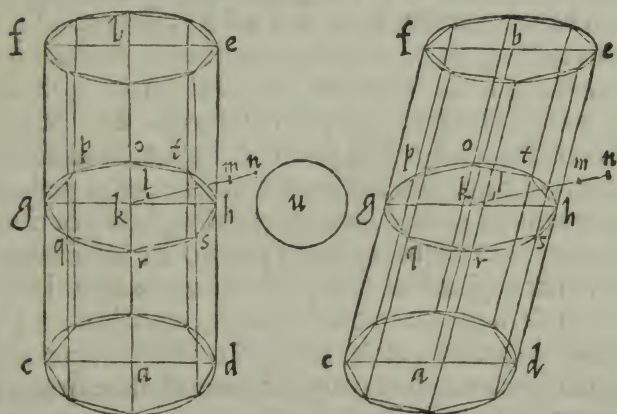
Rursus sit prisma basim habens pentagonum  $abcde$ : & quod ei opponitur sit  $fg\ h\ kl$ : secanturque  $af$ ,  $bg$ ,  $ch$ ,  $dk$ ,  $el$  bifariam: & per divisiones ducto plano, sectio sit pentagonum  $m\ n\ o\ p\ q$ . deinde iuncta  $e\ b$  per lineas  $le$ ,  $e\ b$  aliud planum ducatur, diuidens prisma  $a\ k$  in duo prismata, in prisma scilicet  $a\ l$ , cuius plana opposita sint triangula  $ab\ e\ fgl$ : & in prisma  $b\ k$ , cuius plana opposita sint quadrilatera  $b\ c\ d\ e\ g\ h\ k\ l$ . Sint autem triangulorum  $ab\ e$ ,  $fg\ l$  centra gravitatis puncta  $r\ f$ : &  $b\ c\ d\ e$ ,  $g\ h\ k\ l$  quadrilaterorum centra  $t\ u$ : iunganturque  $r\ s$ ,  $t\ u$  occurrentes plano  $m\ n\ o\ p\ q$  in punctis  $x\ y$ . & itidem iungantur  $r\ t$ ,  $su$ ,  $xy$ . erit in linea  $r\ t$  centrum gravitatis pentagoni  $ab\ c\ d\ e$ ; quod sit  $z$ : & in linea  $su$  centrum pentagoni  $fg\ h\ k\ l$ : sit autem  $\chi$ : & ducatur  $z\ \chi$ , quæ ducto plano in  $\downarrow$  occurrat. Itaque punctum  $x$  est centrum gravitatis trianguli  $m\ n\ q$ , ac prismatis  $a\ l$ : &  $y$  gravitatis centrum quadrilateri  $n\ o\ p\ q$ , ac prismatis  $b\ k$ . quare  $y$  centrum erit pentagoni  $m\ n\ o\ p\ q$ . & similiter





similiter demonstrabitur totius prismatis a K gravitatis esse centrum. Simili ratione & in aliis prismatibus illud idem facile demonstrabitur. Quo autem pacto in omni figura rectilinea centrum gravitatis inveniatur, docuimus in commentariis in sextam propositionem Archimedis de quadratura parabolæ.

Sit cylindrus, uel cylindri portio c e cuius axis a b : seceturq; plano per axem ducto ; quod sectionem faciat parallelogrammum c d e f : & diuisis c f, d e bifariam in punctis



g h, per ea ducatur planum basi æquidistans . erit sectio g h circulus, uel ellipsis, centrum habens in axe; quod sit K: atque erunt ex iis, quæ demonstrauimus, centra gravitatis planorum oppositorum puncta a b: & plani g h ipsum k, in quo quidem plano est centrum gravitatis cylindri, uel cylindri portionis. Dico punctum K cylindri quoque, uel cylindri portionis gravitatis centrum esse. Si enim fieri potest, sit l centrum: ducaturq; k l, & extra figuram in m producat. quam uero proportionem habet linea m K ad k l

4. huius.

D 2

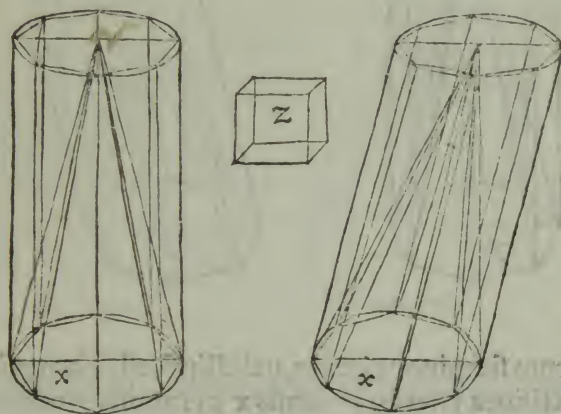
habeat circulus, uel ellipsis  $gh$  ad aliud spacium, in quo ut:  
 & in circulo, uel ellipsi plane describatur rectilinea figura,  
 ita ut tandem relinquatur portiones minores spacio  $u$ , quæ  
 sit  $opgqrsht$ : descripta; simili figura in oppositis pla-  
 nis  $cd$ ,  $fe$ , per lineas sibi ipsis respondentes plana ducatur.  
 Itaque cylindrus, uel cylindri portio diuiditur in prisma,  
 cuius quidem basis est figura rectilinea iam dicta, centrum  
 que grauitatis punctum  $K$ : & in multa solida, quæ pro basi  
 bus habent relictas portiones, quas nos solidas portiones  
 appellabimus. cum igitur portiones sint minores spacio  
 $u$ , circulus, uel ellipsis  $gh$  ad portiones maiorem propor-  
 tionem habebit, quam linea  $mk$  ad  $Kl$ . fiat  $n\kappa$  ad  $Kl$ , ut  
 circulus uel ellipsis  $gh$  ad ipsas portiones. Sed ut circulus  
 uel ellipsis  $gh$  ad figuram rectilineam in ipsa descri-  
 ptam, ita est cylindrus uel cylindri portio  $ce$  ad prisma,  
 quod rectilineam figuram pro basi habet, & altitudinem  
 æqualem; id, quod infra demonstrabitur. ergo per conuer-  
 sionem rationis, ut circulus, uel ellipsis  $gh$  ad portiones re-  
 lictas, ita cylindrus, uel cylindri portio  $ce$  ad solidas por-  
 tiones, quare cylindrus uel cylindri portio ad solidas por-  
 tiones eandem proportionem habet, quam linea  $n\kappa$  ad  $k$   
 & diuidendo prisma, cuius basis est rectilinea figura ad so-  
 lidas portiones eandem proportionem habet, quam  $nl$  ad  
 $lk$ . & quoniam a cylindro uel cylindri portione, cuius gra-  
 uitatis centrum est  $l$ , aufertur prisma basim habens rectili-  
 neam figuram, cuius centrū grauitatis est  $K$ : residua magnitu-  
 dinis ex solidis portionibus cōpositæ grauitatis cētrū erit  
 in linea  $kl$  protracta, & in puncto  $n$ ; quod est absurdū. relin-  
 quitur ergo, ut cētrum grauitatis cylindri; uel cylindri por-  
 tionis sit punctū  $k$ . quæ omnia demonstrāda proposuimus.

At uero cylindrum, uel cylindri portione  $ce$   
 ad prisma, cuius basis est rectilinea figura in spa-  
 cio  $gh$  descripta, & altitudo æqualis; eandem ha-  
 bere



bere proportionem, quam spaciū  $gh$  ad dictā figuram, hoc modo demonstrabimus.

Intelligatur circulus, uel ellipsis  $x$  æqualis figuræ rectilineæ in  $gh$  spacio descriptæ: & ab  $x$  constituatur conus, uel



coni portio, altitudinē habens eandē, quā cylindrus uel cylindri portio  $c$ . Sit deinde rectilinea figura, in qua  $y$  eadē, quæ in spacio  $gh$  descripta est: & ab hac pyramis æque alta constituatur. Dico conū uel coni portionē  $x$  pyramidi  $y$  æqualē esse. nisi enim sit æqualis, uel maior, uel minor erit.

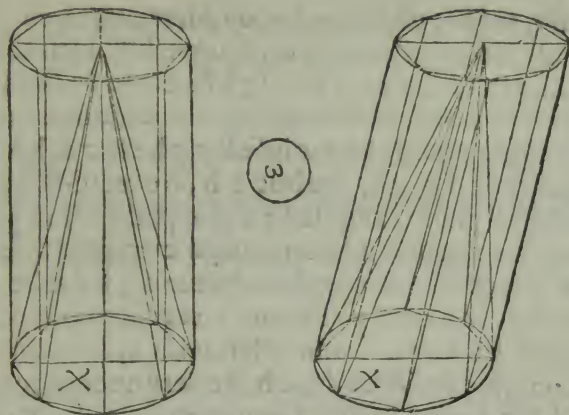
Sit primum maior, et exuperet solido  $z$ . Itaque in circulo, uel ellipsi  $x$  describatur figura rectilinea; & in ea pyramis eandem, quam conus, uel coni portio altitudinem habens, ita ut portiones relictæ minores sint solido  $z$ , quemadmodum docetur in duodecimo libro elementorum propositione undecima. erit pyramis  $x$  adhuc pyramide  $y$  maior. & quoniam piramides æque altæ inter se sunt, sicuti bases; pyramis  $x$  ad pyramidem  $y$  eandem proportionem habet, quā figura rectilinea  $x$  ad figuram  $y$ . Sed figura recti

6. duode-  
cimi.



linea  $x$  cum sit minor circulo, uel ellipsi, est etiam minor fi-  
 gura rectilinea  $y$ . ergo pyramis  $x$  pyramide  $y$  minor erit.  
 Sed & maior; quod fieri nō potest. At si conus, uel conī por-  
 tio  $x$  ponatur minor pyramide  $y$ : sit alter conus æque al-  
 tus, uel altera conī portio  $x$  ipsi pyramidi  $y$  æqualis. erit  
 eius basis circulus, uel ellipsis maior circulo, uel ellipsi  $x$ ,  
 quorum excessus sit spacium  $a$ . Si igitur in circulo, uel elli-  
 psi  $x$  figura rectilinea describatur, ita ut portiones relictæ  
 sint  $a$  spacio minores, eiusmodi figura adhuc maior erit cir-  
 culo, uel ellipsi  $x$ , hoc est figura rectilinea  $y$ . & pyramis in  
 ea constituta minor cono, uel conī portione  $x$ , hoc est mi-  
 nor pyramide  $y$ . est ergo ut  $x$  figura rectilinea ad figuram  
 rectilineam  $y$ , ita pyramis  $x$  ad pyramidem  $y$ . quare cum  
 figura rectilinea  $x$  sit maior figura  $y$ : erit & pyramis  $x$  py-  
 ramide  $y$  maior. sed erat minor; quod rursus fieri non po-  
 test. non est igitur conus, uel conī portio  $x$  neque maior,  
 neque minor pyramide  $y$ . ergo ipsi necessario est æqualis.  
 Itaque quoniam ut conus ad conum, uel conī portio ad co-  
 ni





ni portionem, ita est cylindrus ad cylindrum, uel cylindri portio ad cylindri portionem: & ut pyramis ad pyramidem, ita prisma ad prisma, cum eadem sit basis, & æqualis altitudo; erit cylindrus uel cylindri portio  $x$  prismati  $y$  æqualis. estq; ut spacium  $g h$  ad spacium  $x$ , ita cylindrus, uel cylindri portio  $c e$  ad cylindrum, uel cylindri portionem  $x$ . Constat igitur cylindrum uel cylindri portionem  $c e$ , ad prisma  $y$ , quippe cuius basis est figura rectilinea in spacio  $g h$  descripta, eandem proportionem habere, quam spacium  $g h$  habet ad spacium  $x$ , hoc est ad dictam figuram. quod demonstrandum fuerat. 7. quinti

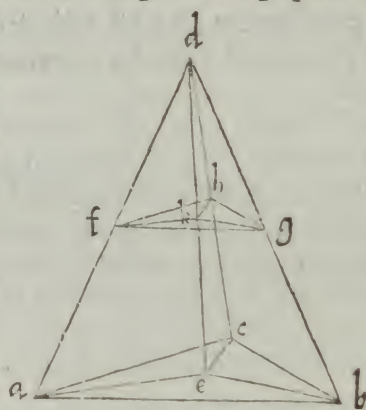
## THEOREMA IX. PROPOSITIO IX.

Si pyramis secetur plano basi æquidistante; sectio erit figura similis ei, quæ est basis, centrum grauitatis in axe habens.

# FED. COMMANDINI

16. undecimi  
10. undecimi  
16. undecimi  
10. undecimi

SIT pyramis, cuius basis triangulum  $abc$ ; axis  $de$ : & secetur plano basi æquidistante; quod sectionē faciat  $fg$ h; occurratq; axi in puncto  $k$ . Dico  $fg$ h triangulum esse, ipsi  $abc$  simile; cuius gravitatis centrum est  $K$ . Quoniā enim duo plana æquidistantia  $abc$ ,  $fg$ h secantur à plano  $abd$ ; communes eorum sectiones  $ab$ ,  $fg$  æquidistantes erunt. & eadem ratione æquidistantes ipsæ  $bc$ ,  $gh$ : &  $ca$ ,  $hf$ . Quòd cum duæ lineæ  $fg$ ,  $gh$ , duabus  $ab$ ,  $bc$  æquidistant, nec sint in eodem plano; angulus ad  $g$  æqualis est angulo ad  $b$ : & similiter angulus ad  $h$  angulo ad  $c$ : angulusq; ad  $f$  ei, qui ad  $a$  est æqualis. triangulum igitur  $fg$ h simile est triangulo  $abc$ . At uero punctum  $k$  centrum esse gravitatis trianguli  $fg$ h hoc modo ostendemus. Ducantur plana per axem, & per lineas  $da$ ,  $db$ ,  $dc$ : erunt communes sectiones  $fK$ ,  $ae$  æquidistantes: pariterq;  $k$   $g$ ,  $eb$ ; &  $k$   $h$ ,  $ec$ : quare angulus  $k$   $fh$  angulo  $ea$   $c$ ; & angulus  $k$   $fg$  ipsi  $ea$   $b$  est æqualis. Eadem ratione anguli ad  $g$  angulis ad  $b$ : & anguli ad  $h$  iis, qui ad  $c$  æquales erunt. ergo puncta  $e$   $K$  in triangulis  $abc$ ,  $fg$ h similiter sunt posita, per sextam positionem Archimedis in libro de centro gravitatis planorum. Sed cum  $e$  sit centrum gravitatis trianguli  $abc$ , erit ex undecima propositione eiusdem libri, &  $K$  trianguli  $fg$ h gravitatis centrum. id quod demonstrare oportebat. Non aliter in ceteris pyramidibus, quod propositum est demonstrabitur.



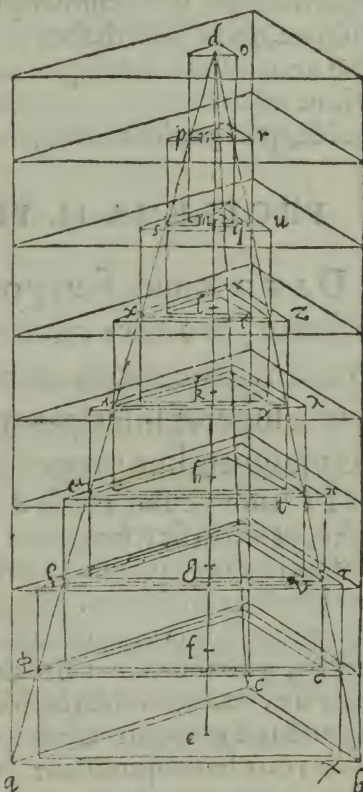
PRO



## PROBLEMA I. PROPOSITIO X.

DATA qualibet pyramide, fieri potest, ut figura solida in ipsa inscribatur, & altera circumscribatur ex prismatibus æqualem altitudinem habentibus, ita ut circumscripta inscriptam excedat magnitudine, quæ minor sit quacunque solida magnitudine proposita.

Sit pyramis, cuius basis triangulū  $abc$ ; axis  $de$ . Sitq; prisma, quod eandē basim habeat, & axem eundem. Itaque hoc prismate continenter secto bifariam, plano basi æquidistantē, relinquetur tādē prisma quoddam minus proposita magnitudine: quod quidem basim eandem habeat, quam pyramis, & axem  $ef$ . diuidatur  $de$  in partes æquales ipsi  $ef$  in punctis  $ghklmn$ : & per diuisiones plana ducantur: quæ basibus æquidistant, erunt sectiones, triangula ipsi  $abc$  similia, ut proxime ostendimus. ab uno quoque autē horum triangulorum duo prismata construuntur; unum quidem ad partes  $e$ ; alterum ad



E

partes d. in pyramide igitur inscripta erit quædam figura, ex prismatibus æqualem altitudinem habentibus cōstans, ad partes e: & altera circumscripta ad partes d. Sed unumquodque eorum prismatum, quæ in figura inscripta continentur, æquale est prismati, quod ab eodem fit triangulo in figura circumscripta: nam prisma p q prismati p o est æquale; prisma s t æquale prismati s r; prisma x y prismati x u; prisma  $\eta \theta$  prismati  $\eta z$ ; prisma  $\mu v$  prismati  $\mu \lambda$ ; prisma  $\rho \sigma$  prismati  $\rho \pi$ ; & prisma  $\phi \chi$  prismati  $\phi \tau$  æquale. relinquitur ergo, ut circumscripta figura exuperet inscriptā prismate, quod basim habet a b c triangulum, & axem e f. Illud uero minus est solida magnitudine proposita. Eadē ratione inscribetur, & circumscribetur solida figura in pyramide, quæ quadrilateram, uel plurilaterā basim habeat.

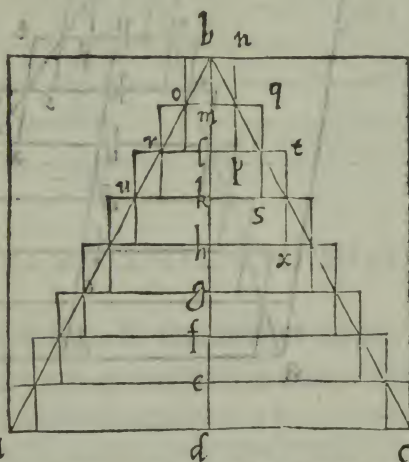
## PROBLEMA II. PROPOSITIO XI.

D A T O cono, fieri potest, ut figura solida inscribatur, & altera circumscribatur ex cylindris æqualem habentibus altitudinem, ita ut circumscripta superet inscriptam, magnitudine, quæ solida magnitudine proposita sit minor.

S I T conus, cuius axis b d: & secetur plano per axem ducto, ut sectio sit triangulum a b c: intelligaturq; cylindrus, qui basim eandem, & eundem axem habeat. Hoc igitur cylindro continenter bisariam secto, relinquetur cylindrus minor solida magnitudine proposita. Sit autem is cylindrus, qui basim habet circulum circa diametrum a c, & axem d e. Itaque diuidatur b d in partes æquales ipsi d e in punctis f g h k l m: & per ea ducantur plana conum secantia; quæ basi æquidistant. erunt sectiones circuli, centra in axi habentes, ut in primo libro conicorum, propositione



tionem quarta Apollonius demonstravit. Si igitur à singulis horum circularum, duo cylindri fiant; unus quidem ad basis partes; alter ad partes uerticis: inscripta erit in cono solida quædam figura, & altera circumscripta ex cylindris æqualem altitudinem habentibus constans; quorum unusquisque, qui in figura inscripta continetur æqualis est ei, qui ab eodem fit circulo in figura circumscripta. Itaque cylindrus  $o p$  æqualis est cylindro  $o n$ ; cylindrus  $r s$  cylindro  $r q$ ; cylindrus  $u x$  cylindro  $u t$  est æqualis; & alii aliis similiter. quare constat circumscriptam figuram superare inscriptam cylindro, cuius basis est circulus circa diametrum  $a c$ , & axis  $d e$ . atque hic est minor solida magnitudine proposita.



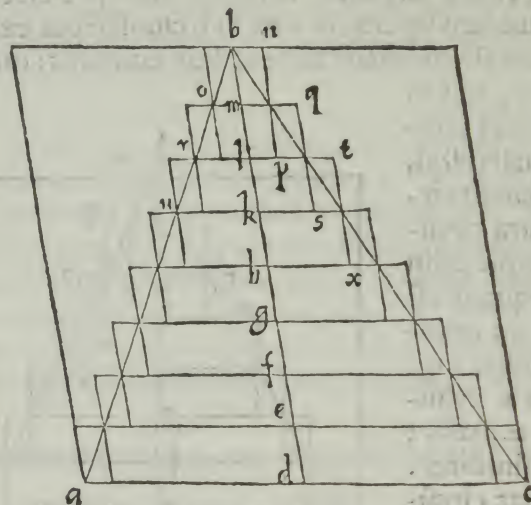
## PROBLEMA III. PROPOSITIO XII.

DATA conij portione, potest solida quædam figura inscribi, & altera circumscribi ex cylindri portionibus æqualem altitudinem habentibus; ita ut circumscripta inscriptam exuperet, magnitudine, quæ minor sit solida magnitudine proposita.

E 2

# FED. COMMANDINI

Figuram cuiusmodi, & inscribemus, & circumscribemus, ita ut in cono dictum est.



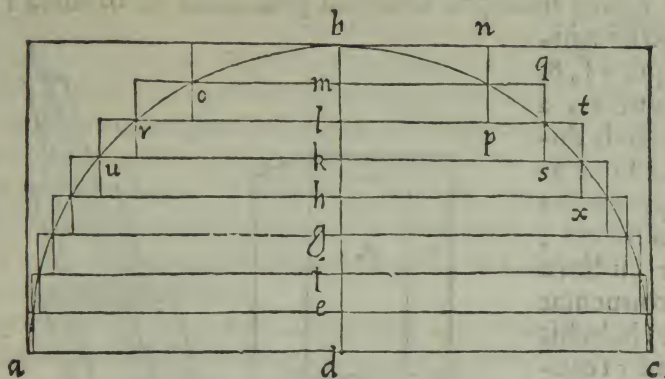
## PROBLEMA IIII. PROPOSITIO XIII.

DATA sphaera portione, quae dimidia sphaera maior non sit, potest solida quaedam portio inscribi & altera circumscribi ex cylindris aequalem altitudinem habentibus, ita ut circumscripta inscriptam excedat magnitudine, quae solida magnitudine proposita sit minor.

HOC etiam eodem prorsus modo fiet: atque ut ab Archimede traditum est in conoidum, & sphaeroidum portionibus, propositione uigesimaprima libri de conoidibus, & sphaeroidibus.

THEO





## THEOREMA X. PROPOSITIO XIII.

Cuiuslibet pyramidis, & cuiuslibet coni, uel  
coni portionis, centrum grauitatis in axe cōsistit.

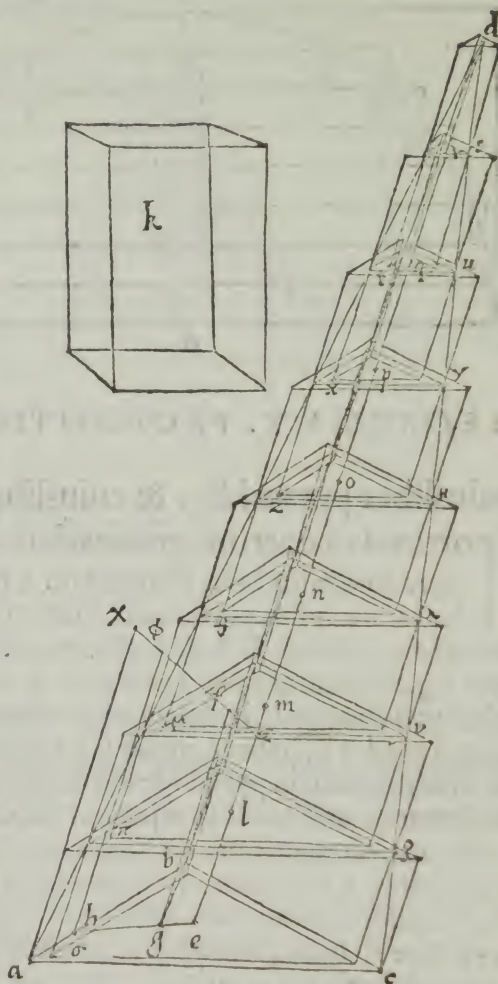
SIT pyramis, cuius basis triangulum  $abc$ : & axis  $de$ .  
Dico in linea  $de$  ipsius grauitatis centrum inesse. Si enim  
fieri potest, sit centrum  $f$ : & ab  $f$  ducatur ad basim pyrami-  
dis linea  $fg$ , axi æquidistans: iunctaq;  $eg$  ad latera trian-  
guli  $abc$  producat in  $h$ . quam uero proportionem ha-  
bet linea  $he$  ad  $eg$ , habeat pyramis ad aliud solidum, in  
quo  $K$ : inscribaturq; in pyramide solida figura, & altera cir-  
cumscribatur ex prismatibus æqualem habentibus altitu-  
dinem, ita ut circumscripta inscriptam exuperet magnitu-  
dine, quæ solido  $k$  sit minor. Et quoniam in pyramide pla-  
num basi æquidistans ductum sectionem facit figuram si-  
milem ei, quæ est basis; centrumq; grauitatis in axe haben-  
tem: erit prismatis  $st$  grauitatis centrū in linea  $rq$ ; prif-  
matis  $ux$  centrum in linea  $qp$ , prifmatis  $yz$  in linea  $po$ ;  
prifmatis  $\nu\theta$  in linea  $on$ ; prifmatis  $\lambda\mu$  in linea  $nm$ ; prif-  
matis  $v\pi$  in  $ml$ ; & denique prifmatis  $\rho\sigma$  in  $le$ . quare to-

# FED. COMMANDINI

tius figuræ inscriptæ centrum grauitatis est in linea  $rc$ :

quod sit  $\tau i$  ū-  
ctaque  $\tau f$ , &  
producta, à  
puncto  $h$  du-  
catur linea  $a$ -  
xi pyramidis  
æquidistans,  
quæ cū linea  
 $\tau f$  conueniat  
in  $\phi$ . habebit  
 $\phi \tau$  ad  $\tau f$  ean-  
dem propor-  
tionem, quā  
 $h e$  ad  $e g$ .

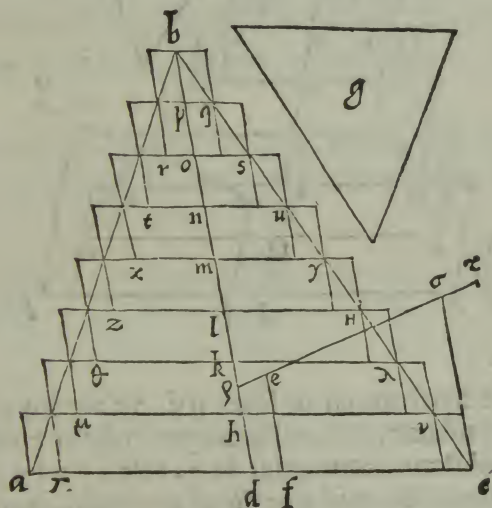
Quoniam igi-  
tur excessus,  
quo circūscri-  
pta figura in-  
scriptam supe-  
rat, minor est  
solido  $\kappa$ ; py-  
ramis ad eun-  
dē excessū ma-  
iorē propor-  
tionē habet,  
quàm ad  $K$  so-  
lidum: uideli-  
cet maiorem,  
quàm linea  $h$   
 $e$  ad  $e g$ ; hoc  
est quā  $\phi \tau$   
ad  $\tau f$ : & propterea multo maiorem habet ad partem ex-  
cessus, quæ intra pyramidem comprehenditur. Itaque ha-  
beat





beat eam, quam  $\chi\tau$  ad  $\tau f$ . erit diuidendo ut  $\chi f$  ad  $f\tau$ , ita figura solida inscripta ad partem excessus, quæ est intra pyramidem. Cum ergo à pyramide, cuius grauitatis cêtrum est punctum  $f$ , solida figura inscripta auferatur, cuius centrû  $\tau$ : reliquæ magnitudinis constantis ex parte excessus, quæ est intra pyramidem, centrum grauitatis erit in linea  $\tau f$  producta, & in puncto  $\chi$ . quod fieri non potest. Sequitur igitur, ut centrum grauitatis pyramidis in linea  $d e$ ; hoc est in eius axe consistat.

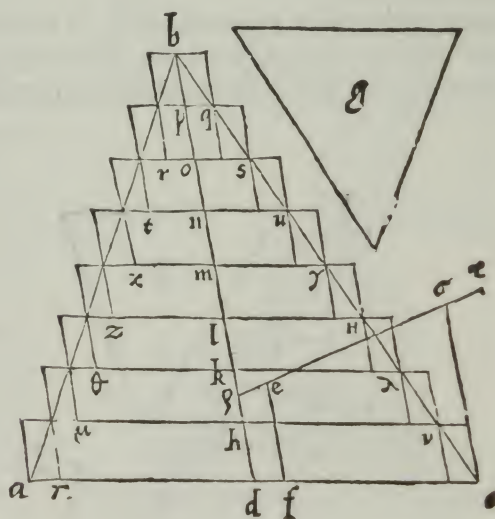
Sit conus, uel conii portio, cuius axis  $b d$ : & secetur plano per axem, ut sectio sit triangulum  $a b c$ . Dico centrum grauitatis ipsius esse in linea  $b d$ . Sit enim, si fieri potest, centrû



$e$ : per  $q$ ;  $e$  ducatur  $e f$  axi æquidistans: & quam proportionem habet  $c d$  ad  $d f$ , habeat conus, uel conii portio ad solidum  $g$ . inscribatur ergo in cono, uel conii portione soli

# FED. COMMANDINI

da figura, & altera circumscribatur ex cylindris, uel cylindri portionibus, sicuti dictum est, ita ut excessus, quo figura circumscripta inscriptam superat, sit solido  $g$  minor. Itaque centrum grauitatis cylindri, uel cylindri portionis  $q r$  est in linea  $p o$ ; cylindri, uel cylindri portionis  $s t$  centrum in linea  $o n$ ; centrum  $u x$  in linea  $n m$ ;  $y z$  in  $m b$ ;  $w \theta$  in  $l k$ ;  $\lambda \mu$  in  $K h$ ; & denique  $v \pi$  centrum in  $h d$ . ergo figu-



ra inscriptæ centrum est in linea  $p d$ . Sit autem  $p$ : & iuncta  $p e$  protendatur, ut cum linea, quæ à pũcto  $c$  ducta fuerit axi æquidistans, conueniat in  $\sigma$ . erit  $\sigma p$  ad  $p e$ , ut  $c d$  ad  $d f$ : & conus, seu conicæ portio ad excessum, quo circumscripta figura inscriptam superat, habebit maiorem proportionem, quàm  $\sigma p$  ad  $p e$ . ergo ad partem excessus, quæ intra ipsius superficiem comprehenditur, multo maiorem proportionem habebit. habeat eam, quam  $\tau p$  ad  $p e$ . erit diuidendo



in-  
gu-  
r.  
mis  
en-  
; is  
igu-

THEOREMA XI. PROPOSITIO XV.

iun-  
sue-  
c d  
um-  
pro-  
quz  
rem  
crit  
do

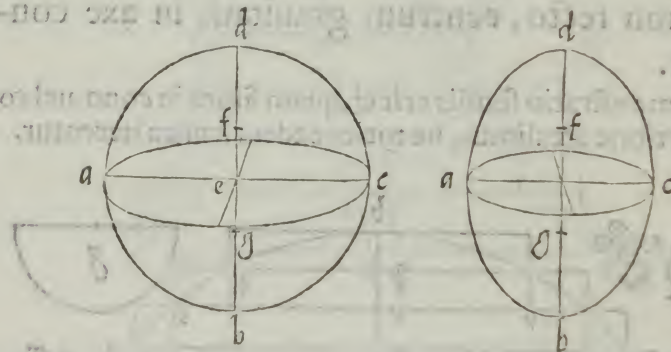
Demonstratio similis erit ei, quam supra in cono, uel con  
ni portione attulimus, ne toties eadem frustra iterentur.



FED. COMMANDINI  
THEOREMA XII. PROPOSITIO XVI.

In sphaera, & sphæroide idem est grauitatis, & figurae centrum.

Secetur sphaera, uel sphæroides plano per axem ducto; quod sectionem faciat circulum, uel ellipsim  $abcd$ , cuius diameter, & sphaerae, uel sphæroidis axis  $db$ ; & centrum  $e$ . Dico  $e$  grauitatis etiam centrum esse. secetur enim altero plano per  $e$ , ad planum secans recto, cuius sectio sit circulus circa diametrum  $ac$ . erunt  $adc$ ,  $abc$  dimidiae portiones sphaerae, uel sphæroidis. & quoniam portiones  $adc$  grauitatis centrum est in linea  $d$ , & centrum portiones  $abc$  in ipsa  $be$ ; totius sphaerae, uel sphæroidis grauitatis centrum in axe  $db$  consistet. Quod si portiones  $adc$  centrum grauitatis ponatur esse  $f$ , & fiat ipsi  $f$  &  $e$  aequalis  $eg$ : punctum  $g$  por-



per 2. pe-  
titionem  
4 Arch-  
medis.

tionis  $abc$  centrum erit. solidis enim figuris similibus & aequalibus inter se aptatis, & centra grauitatis ipsarum inter se aptentur necesse est. ex quo fit, ut magnitudinis, quae ex utroque constat, hoc est ipsius sphaerae, uel sphæroidis grauitatis centrum sit in medio linea  $fg$ , uidelicet in  $e$ . Sphaera igitur, uel sphæroidis grauitatis centrum est idem, quod centrum figurae.

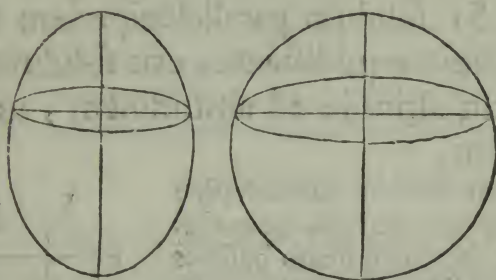
Ex



Ex demonstratis perspicue apparet, portioni sphaera uel sphaeroidis, quae dimidia maior est, centrum grauitatis in axe consistere.

Data enim qualibet maiori portioe, quoniam totius sphaera, uel sphaeroidis grauitatis centrum est in axe; est autem & in axe centrum portio-

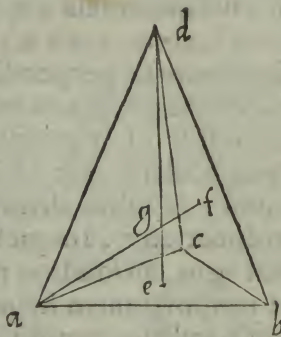
nis minoris: reliqua portiois uidelicet maioris centrum in axe necessario consistet.



### THEOREMA XIII. PROPOSITIO XVII.

Cuiuslibet pyramidis triangularem basim habentis grauitatis centrum est in puncto, in quo ipsius axes conueniunt.

Sit pyramis, cuius basis triangulum  $abc$ , axis  $de$ : sitque trianguli  $bdc$  grauitatis centrum  $f$ : & iungatur  $a$   $f$ . erit &  $a$  saxis eiusdem pyramidis ex tertia definitione huius. Itaque quoniam centrum grauitatis est in axe  $de$ ; est autem & in axe  $af$ ; quod proxime demonstraui



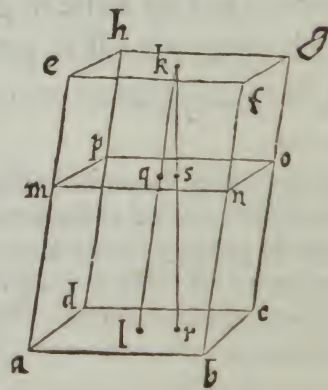
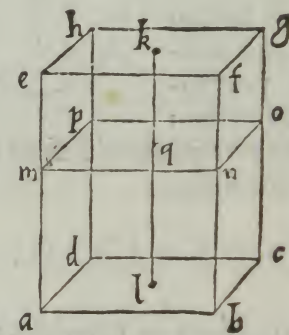
F 2

mus: erit utique gravitatis centrum pyramidis punctum  
g. in quo scilicet ipsi axes conveniant.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XVIII.

Si solidum parallelepipedum secetur plano  
basibus æquidistante; erit solidum ad solidum,  
sicut altitudo ad altitudinem, uel sicut axis ad  
axem.

Sit solidum parallelepipe-  
dum  $abcdefgh$ , cuius axis  
 $kl$ : seceturq; plano basibus  
æquidistante, quod faciat  
sectionem  $mnpq$ ; & axi in  
puncto  $q$  occurrat. Dico  
solidum  $gm$  ad solidum  $mc$   
eam proportionem habere,  
quam altitudo solidi  $gm$  ha-  
bet ad solidi  $mc$  altitudi-  
nem; uel quam axis  $kq$  ad  
axem  $ql$ . Si enim axis  $kl$  ad  
basis planum sit perpendicu-  
laris, & linea  $gc$ , quæ ex quin-  
ta huius ipsi  $kl$  æquidistat,  
perpendicularis erit ad idẽ  
planum, & solidi altitudi-  
nem dimetietur. Itaque so-  
lidum  $gm$  ad solidum  $mc$   
eam proportionem habet,  
quam parallelogrammũ  $gn$   
ad parallelogrammum  $nc$ ,  
hoc est quam linea  $go$ , quæ



est

25. undeci  
m.

i. sexti.



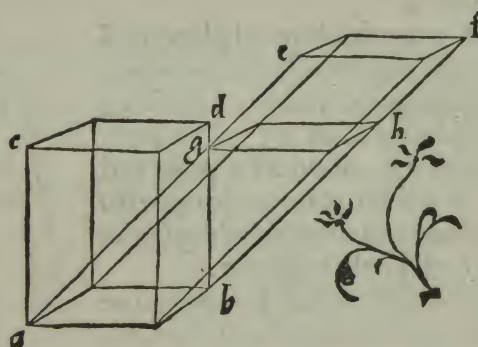
est solidi  $g m$  altitudo ad  $o e$  altitudinem solidi  $m c$ , uel quā axis  $k q$  ad  $q l$  axem. Si uero axis  $k l$  non sit perpendicularis ad planum basis; ducatur a puncto  $k$  ad idem planum perpendicularis  $k r$ , occurrēs plano  $m n o p$  in  $s$ . similiter demonstrabimus solidum  $g m$  ad solidū  $m c$  ita esse, ut axis  $k q$  ad axem  $q l$ . Sed ut  $K q$  ad  $q l$ , ita  $k s$  altitudo ad altitudinem  $s r$ ; nam lineæ  $K l$ ,  $K r$  à planis æquidistantibus in eadem proportionem secantur. ergo solidum  $g m$  ad solidum  $m c$  eandē proportionem habet, quam altitudo ad altitudinē, uel quam axis ad axem. quod demonstrare oportebat.

17. undecimi

## THEOREMA XV. PROPOSITIO XIX.

Solida parallelepipedain eadem basi, uel in æqualibus basibus constituta eam inter se proportionem habent, quam altitudines: & si axes ipsorum cum basibus æquales angulos contineant, eam quoque, quam axes proportionem habebūt.

Sint solida parallelepipeda in eadē basi cōstituta  $a b c d$ ,  $a b e f$ : & sit solidi  $a b c d$  altitudo minor: producat autem planum  $c d$  adeo, ut solidum  $a b e f$  secet; cuius sectio sit  $g h$ . erūt solida  $a b c d$ ,  $a b g h$  in eadem basi, & æquali altitudine inter se æqualia. Quoniā igitur solidum  $a b e f$  secatur plano basibus æquidistāte, erit solidum  $g h e f$  ad ipsum  $a b g h$



19. undecimi

18. huius

7. quinti. ut altitudo ad altitudinem: & componendo conuertendo que solidum  $abgh$ , hoc est solidum  $abcd$  ipsi æquale, ad solidum  $abef$ , ut altitudo solidi  $abcd$  ad solidi  $abef$  altitudinem.

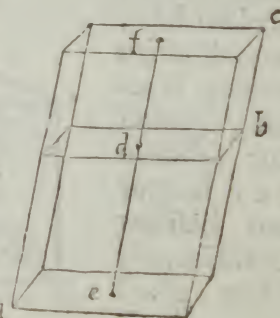
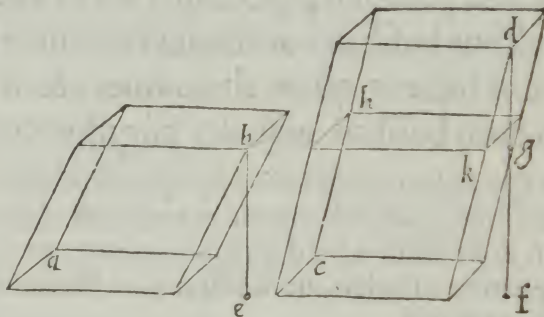
31. unde  
cui Sint solida parallelepipeda  $ab, cd$  in æqualibus basibus constituta: sitq;  $be$  altitudo solidi  $ab$ : & solidi  $cd$  altitudo  $df$ ; quæ quidem maior sit, quàm  $be$ . Dico solidum  $ab$  ad solidum  $cd$  eandem habere proportionem, quam  $be$  ad  $df$ . abscindatur enim à linea  $df$  æqualis ipsi  $be$ , quæ sit  $gf$ : & per  $g$  ducatur planum secans solidum  $cd$ ; quod basibus æquidistet, faciatq; sectionē  $hK$ . erunt solida  $ab, ck$  æque

alta inter  
se æqualia  
cū æqua-  
les bases  
habeant.

18. huius Sed solidū  
 $hd$  ad soli-  
dum  $ck$   
est, ut alti-  
tudo  $dg$   
ad  $gf$  alti-  
tudinē; se

7. quinti. catur enim solidum  $cd$  plano basi-  
bus æquidistante: & rursus cōpo-  
nendo, conuertendoq; solidū  $ck$   
ad solidum  $cd$ , ut  $gf$  ad  $fd$ . ergo  
solidum  $ab$ , quod est æquale ipsi  
 $ck$  ad solidum  $cd$  eam proportio-  
nem habet, quam altitudo  $gf$ , hoc  
est  $be$  ad  $df$  altitudinem.

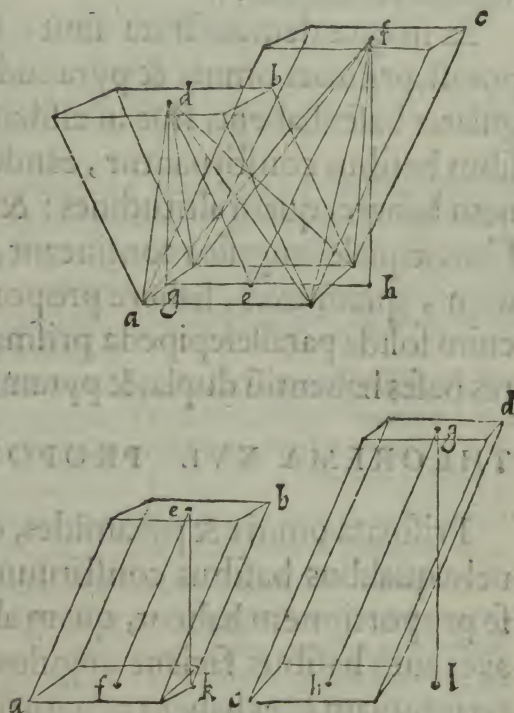
Sint deinde solida parallelepipe-  
da  $ab, ac$  in eadem basi; quorum  
axes  $de, fe$  cum ipsa æquales angu-





los contineant. Dico solidum  $ab$  ad solidum  $ac$  eandem habere proportionem, quam axis  $de$  ad axem  $ef$ . Si enim axes in eadem recta linea fuerint constituti, hæc duo solida, in unum, atque idem solidum conuenient. quare ex iis, quæ proxime tradita sunt, habebit solidum  $ab$  ad solidum  $ac$  eandem proportionem, quam axis  $de$  ad  $ef$  axem. Si uero axes non sint in eadem recta linea, demittantur a punctis  $d, f$  perpendiculares ad basis planum,  $dg, fh$ : & iungantur  $eg, eh$ . Quoniam igitur axes cum basibus æquales angulos continent, erit  $d e g$  angulus æqualis angulo  $f e h$ : & sunt anguli  $ad g h$  recti, quare & reliquis  $ed g$  æqualis erit reliquo  $ef h$ : & triangulum  $d e g$  triangulo  $f e h$  simile. ergo  $gd$  ad  $de$  est, ut  $hf$  ad  $fe$ : & permutando  $gd$  ad  $hf$ , ut  $de$  ad  $ef$ . Sed solidum  $ab$  ad solidum  $ac$  eandem proportionem habet, quam  $dg$  altitudo ad altitudinē  $fh$ . ergo & eandē habebit, quā axis  $de$  ad  $ef$  axē.

Postremo sint solida parallelepipeda  $ab, cd$  in



# FED. COMMANDINI

æqualibus basibus, quorum axes cum basibus æquales angulos faciant. Dico solidum  $ab$  ad solidum  $cd$  ita esse, ut axis  $ef$  ad axem  $gh$ : nam si axes ad planum basis recti sint, illud perspicue constat: quoniam eadem linea, & axem & solidi altitudinem determinabit. Si uero sint inclinati, à punctis  $e, g$  ad subiectum planum perpendiculares ducantur  $ek, gl$ : & iungantur  $fk, hl$ . rursus quoniam axes cum basibus æquales faciunt angulos, eodem modo demonstrabitur, triangulum  $efk$  triangulo  $ghl$  simile esse: &  $ek$  ad  $gl$ , ut  $ef$  ad  $gh$ . Solidum autem  $ab$  ad solidum  $cd$  est, ut  $ek$  ad  $gl$ . ergo & ut axis  $ef$  ad axem  $gh$ . quæ omnia demonstrare oportebat.

Ex iis quæ demonstrata sunt, facile constare potest, prismata omnia & pyramides, quæ triangulares bases habent, siue in eisdem, siue in æqualibus basibus constituentur, eandem proportionem habere, quam altitudines: & si axes cum basibus æquales angulos contineant, similiter eandem, quam axes, habere proportionem: sunt enim solida parallelepipeda prismatum triangulares bases habentiū dupla; & pyramidum sextupla.

15. quinti

28. undecimi.  
7. duodecimi.

## THEOREMA XVI. PROPOSITIO XX.

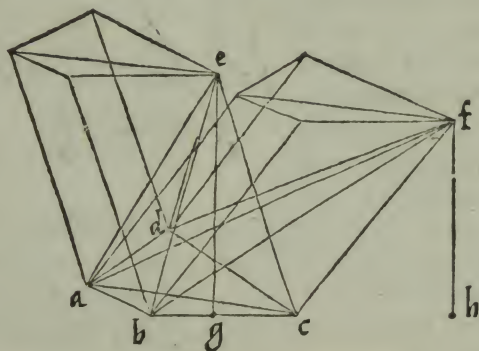
Prismata omnia & pyramides, quæ in eisdem, uel æqualibus basibus constituuntur, eam inter se proportionem habent, quam altitudines: & si axes cum basibus faciant angulos æquales, eam etiam, quam axes habent proportionem.

Sint



Sint duo prismata a e, a f, quorum eadem basis quadrilatera a b c d: sitq; prismatis a e altitudo e g; & prismatis a f altitudo f h. Dico prisma a e ad prisma a f eam habere proportionem, quam e g ad f h. iungatur enim a c: & in unoquoque prismate duo prismata intelligantur, quorum bases sint triangu-

la a b c, a c d. habebunt duo prismate in eadem basi a b c constituta, proportionem eandem, quam ipsorum altitudines e g, f h, ex iam demonstratis. & similiter alia duo, quæ sunt in basi a



c d. quare totum prisma a e ad prisma a f eandem proportionem habebit, quam altitudo e g ad f h altitudinem. Quod cum prismata sint pyramidum tripla, & ipsæ pyramides, quarum eadem est basis quadrilatera, & altitudo prismatum altitudini æqualis, eam inter se proportionem habebunt, quam altitudines.

Si uero prismata bases æquales habeant, nō easdem, sint duo eiusmodi prismata a e, f l: & sit basis prismatis a e quadrilaterum a b c d; & prismatis f l quadrilaterum f g h k. Dico prisma a e ad prisma f l ita esse, ut altitudo illius ad huius altitudinem. nam si altitudo sit eadem, intelligatur duæ pyramides a b c d e, f g h k l. quæ inter se æquales erūt, cum æquales bases, & altitudinem eandem habeant. quare & prismata a e, f l, quæ sunt harū pyramidum tripla, æqualia sint necesse est. ex quibus perspicue constat propositū. Si uero altitudo prismatis f l sit maior, à prismate f l abscindatur prisma f m, quod æque altum sit, atq; ipsum a e.

G

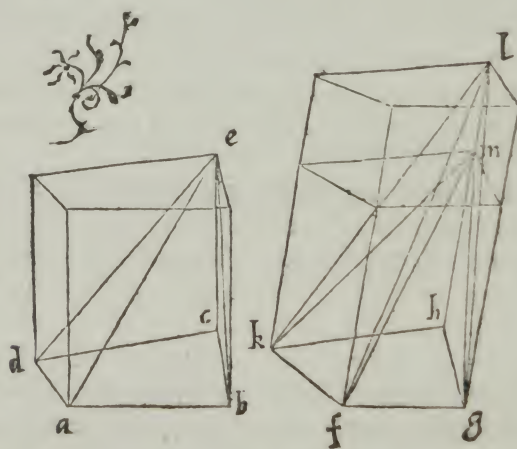
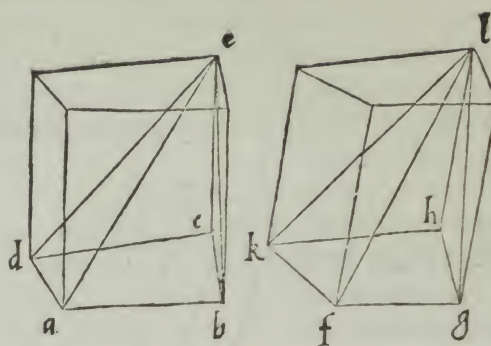
12. quinti

6. duodecimi  
15. quinti

# FED. COMMANDINI

erunt eadem ra-  
tione prismata a  
e, f m inter se æ-  
qualia. quare si-  
militer demon-  
strabitur prisma  
f m ad prisma f l  
eamdem habere  
proportionem,  
quam prismatis  
f m altitudo ad

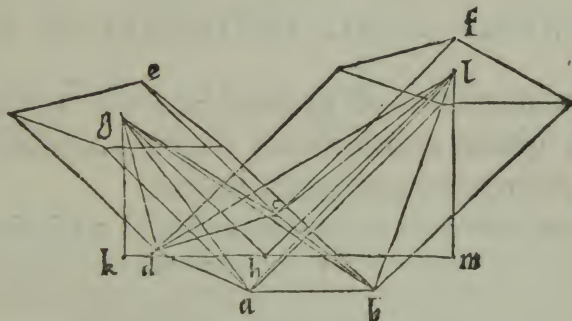
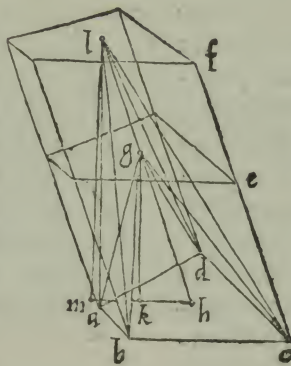
altitudinem ip-  
sius f l. ergo & prisma a e ad prisma f l eandem propor-  
tionem habebit, quam altitudo ad altitudinem. sequitur  
igitur ut & pyramides, quæ in æqualibus basibus constituū-  
tur, eandem inter se se, quam altitudines, proportionem  
habeant.



Sint deinde prismata a e, a f in eadem basi a b c d; quorū  
axes cum basibus æquales angulos contineant: & sit pris-  
matis



matis a e axis gh; & prismatis a f axis l h. Dico prismam  
 a e ad prismam a f eam proportionem habere, quam gh ad  
 hl. ducantur à punctis g l perpendiculares ad basim pla-  
 num g k, l m: & iungantur k h,  
 h m. Itaque quoniam anguli g h  
 k, l h m sunt æquales, similiter ut  
 supra demonstrabimus, triangu-  
 la g h k, l h m similia esse; & ut g  
 k ad l m, ita g h ad h l. habet au-  
 tem prismam a e ad prismam a f eam  
 dem proportionem, quam altitu-  
 do g k ad altitudinem l m, sicuti  
 demonstratum est. ergo & ean-  
 dem habebit, quam g h, ad h l. py-  
 ramis igitur a b c d g ad pyrami-  
 dem a b c d l eandem proportio-  
 nem habebit, quam axis g h ad h l axem.



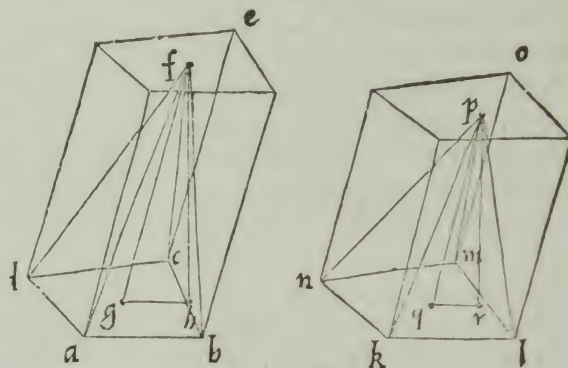
Denique sint prismata a e, k o in æqualibus basibus a b  
 e d, k l m n constituta; quorum axes cum basibus æquales  
 faciant angulos: sitq; prismatis a e axis f g, & altitudo f h:  
 prismatis autem k o axis p q, & altitudo p r. Dico prismam  
 a e ad prismam k o ita esse, ut f g ad p q. iunctis enim g h,

G 2

# FED. COMMANDINI

q r, eodem, quo supra, modo ostendemus f g ad p q, ut f h ad p r. sed prisma a e ad ipsum k o est, ut f h ad p r. ergo & ut f g axis ad axem p q. ex quibus fit, ut pyramis a b c d f ad pyramide k l m n p eandem habeat proportionem, quam axis ad axem. quod demonstrandum fuerat.

Simili ratione in aliis prismatibus & pyramidibus eadem demonstrabuntur.



## THEOREMA XVII. PROPOSITIO XXI.

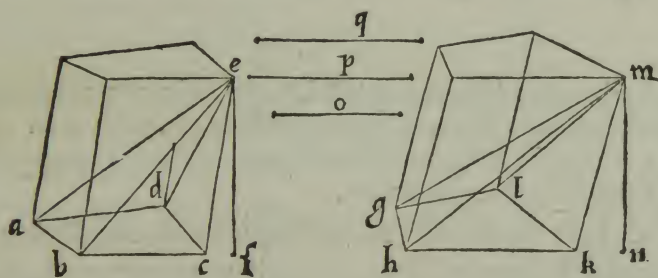
Prismata omnia, & pyramides inter se proportionem habent compositam ex proportionem basium, & proportionem altitudinum.

Sint duo prismata a e, g m: sitq; prismatis a e basis quadrilaterum a b c d, & altitudo e f: prismatis uero g m basis quadrilaterum g h k l, & altitudo m n. Dico prisma a e ad prisma g m proportionem habere compositam ex proportionem basis a b c d ad basim g h k l, & ex proportionem altitudinis e f, ad altitudinem m n.

Sint enim primum e f, m n æquales: & ut basis a b c d ad basim g h k l, ita fiat linea, in qua o ad lineam, in qua p: ut autem e f ad m n, ita linea p ad lineam q. erunt lineæ p q inter se æquales. Itaque prisma a e ad prisma g m eadem  
pro



proportionem habet, quam basis  $abcd$  ad basim  $ghkl$ : si enim intelligantur duæ pyramides  $abcde, ghklm$ , habebunt hæ inter se proportionem eandem, quam ipsarum bases ex sexta duodecimi elementorum. Sed ut basis  $abcd$  ad  $ghkl$  basim, ita linea  $o$  ad lineam  $p$ ; hoc est ad lineam  $q$  ei æqualem. ergo prisma  $ae$  ad prisma  $gm$  est, ut linea  $o$  ad lineam  $q$ . proportio autem  $o$  ad  $q$  cõposita est ex proportione  $o$  ad  $p$ , & ex proportione  $p$  ad  $q$ . quare prisma  $ae$  ad prisma  $gm$ , & idcirco pyramis  $abcde$ , ad pyramidem  $ghklm$  proportionem habet ex eisdem proportionibus compositam, uidelicet ex proportione basis  $abcd$  ad basim  $ghkl$ , & ex proportione altitudinis  $ef$  ad  $mn$  altitudinem. Quòd si lineæ  $e, f, m, n$  inæquales ponantur, sit  $e, f$  minor: & ut  $e, f$  ad  $m, n$ , ita fiat linea  $p$  ad lineam  $u$ : de

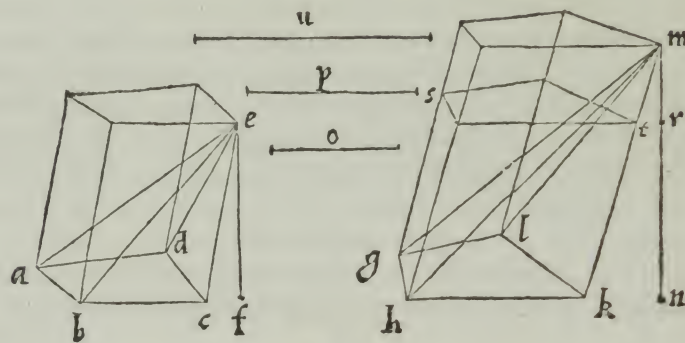


inde ab ipsa  $mn$  abscindatur  $rn$  æqualis  $ef$ : & per  $r$  ducatur planum, quod oppositis planis æquidistans faciat sectionem  $st$ . erit prisma  $ae$ , ad prisma  $gt$ , ut basis  $abcd$  ad basim  $ghkl$ ; hoc est ut  $o$  ad  $p$ : ut autem prisma  $gt$  ad prisma  $gm$ , ita altitudo  $rn$ ; hoc est  $ef$  ad altitudinem  $mn$ ; uidelicet linea  $p$  ad lineam  $u$ . ergo ex æquali prisma  $ae$  ad prisma  $gm$  est, ut linea  $o$  ad ipsam  $u$ . Sed proportio  $o$  ad  $u$  cõposita est ex proportione  $o$  ad  $p$ , quæ est basis  $abcd$  ad basim  $ghkl$ ; & ex proportione  $p$  ad  $u$ , quæ est altitudinis  $ef$  ad altitudinem  $mn$ . prisma igitur  $ae$  ad prisma  $gm$

20. huius

# FED. COMMANDINI

compositam proportionem habet ex proportione basiū,  
& proportione altitudinum. Quare & pyramis, cuius ba-  
sis est quadrilaterum  $a b c d$ , & altitudo  $e f$  ad pyramidem,



cuius basis quadrilaterum  $g h k l$ , & altitudo  $m n$ , compo-  
sitam habet proportionem ex proportione basium  $a b c d$ ,  
 $g h k l$ , & ex proportione altitudinum  $e f$ ,  $m n$ . quod qui-  
dem demonstrasse oportebat.

Ex iam demonstratis perspicuum est, prisma-  
ta omnia, & pyramides, in quibus axes cum basi-  
bus æquales angulos continent, proportionem  
habere compositam ex basium proportionem, &  
proportionem axium. demonstratum est enim, a-  
xes inter se eandem proportionem habere, quam  
ipsæ altitudines.

## THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XXII.

CUIUSLIBET pyramidis, & cuiuslibet coni,  
uel



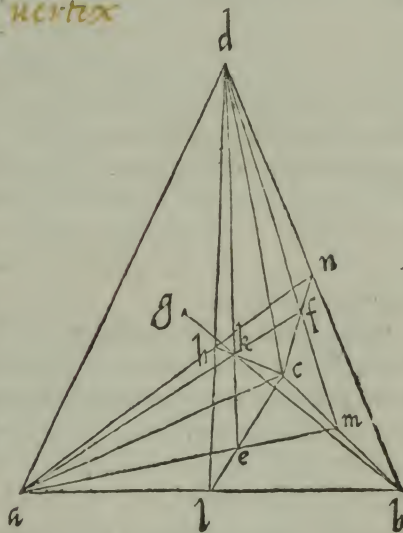
uel coni portionis axis à centro grauitatis ita diuiditur, ut pars, quæ terminatur ad uerticem reliquæ partis, quæ ad basim, sit tripla.

Sit pyramis, cuius basis triangulum  $a b c$ ; axis  $d e$ ; & grauitatis centrum  $K$ . Dico lineam  $d k$  ipsius  $K e$  triplam esse. trianguli enim  $b d c$  centrum grauitatis sit punctum  $f$ ; triāguli  $a d c$  centrū  $g$ ; & trianguli  $a d b$  sit  $h$ : & iungantur  $a f$ ,  $b g$ ,  $c h$ . Quoniam igitur centrū grauitatis pyramidis in axe consistit: suntq;  $d e$ ,  $a f$ ,  $b g$ ,  $c h$  eiusdē pyramidis axes: conuenient omnes in idē punctū  $k$ , quod est grauitatis centrum. Itaque animo concipiamus hanc pyramidem diuisam in quatuor pyramides, quarum bases sint ipsa pyramidis triangula; & axis punctum  $k$  quæ quidem pyramides inter se æquales sunt, ut demōstrabitur. Ducatur enī per lineas  $d c$ ,  $d e$  planum secās, ut sit ipsius, & basis  $a b c$  cōmunis sectio recta linea  $c l$ : eiusdē uero & triāguli  $a d b$  sit linea  $d h l$ . erit linea  $a l$  æqualis ipsi  $l b$ : nam centrum grauitatis trianguli consistit in linea, quæ ab angulo ad dimidiam basim perducitur, ex tertia decima Archimedis. quare triangulum  $a c l$  æquale est triangulo  $b c l$ : & propterea pyramis, cuius basis triangulum  $a c l$ , uertex  $d$ , est æqualis pyramidi, cuius basis  $b c l$  triangulum, & idem uertex. pyramides enim, quæ ab eodē

17. huius

I. sexti.

§. duodecimi.



17. huius

I. sexti.

5. duode-  
cimi.

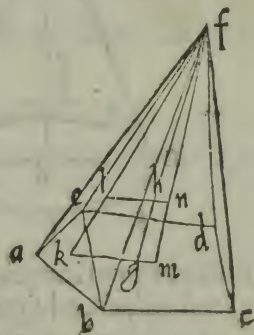
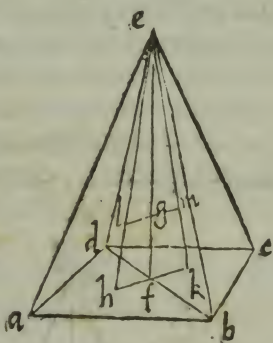
# FED. COMMANDINI

sunt uertice, eandem proportionem habent, quam ipsarū bases. eadem ratione pyramis  $acl\kappa$  pyramidi  $bcl\kappa$ : & pyramis  $adl\kappa$  ipsi  $bdl\kappa$  pyramidi æqualis erit. Itaque si à pyramide  $acl$  auferantur pyramides  $acl\kappa$ ,  $adl\kappa$ : & à pyramide  $bcl$  auferantur pyramides  $bcl\kappa$ ,  $bdl\kappa$ : quæ relinquantur erunt æqualia. æqualis igitur est pyramis  $acd\kappa$  pyramidi  $bcd\kappa$ . Rursus si per lineas  $ad$ ,  $de$  ducatur planum quod pyramidem secet: sitq; eius & basis communis sectio  $aem$ : similiter ostendetur pyramis  $abd\kappa$  æqualis pyramidi  $acd\kappa$ . ducto denique alio plano per lineas  $ca$ ,  $af$ : ut eius, & trianguli  $cd b$  communis sectio sit  $cf n$ , pyramis  $abc\kappa$  pyramidi  $acd\kappa$  æqualis demonstrabitur. cū ergo tres pyramides  $bcd\kappa$ ,  $abd\kappa$ ,  $abc\kappa$  uni, & eidem pyramidi  $acd\kappa$  sint æquales, omnes inter se se æquales erūt. Sed ut pyramis  $abcd$  ad pyramidem  $abc\kappa$ , ita  $de$  axis ad axem  $\kappa e$ , ex uigesima propositione huius: sunt enim hæ pyramides in eadem basi, & axes cum basibus æquales continent angulos, quòd in eadem recta linea constituentur. quare diuidendo, ut tres pyramides  $acd\kappa$ ,  $bcd\kappa$ ,  $abd\kappa$  ad pyramidem  $abc\kappa$ , ita  $d\kappa$  ad  $\kappa e$ . constat igitur lineam  $d\kappa$  ipsius  $\kappa e$  triplam esse. sed &  $a\kappa$  tripla est  $\kappa f$ : itemque  $b\kappa$  ipsius  $\kappa g$ : &  $c\kappa$  ipsius  $\kappa l$  tripla. quod eodem modo demonstrabimus.

Sit pyramis, cuius basis quadrilaterum  $abcd$ ; axis  $ef$ : & diuidatur  $e$  in  $g$ , ita ut  $eg$  ipsius  $gf$  sit tripla. Dico centrum grauitatis pyramidis esse punctum  $g$ . ducatur enim linea  $bd$  diuidens basim in duo triangula  $abd$ ,  $bcd$ : ex quibus intelligatur cōstitui duæ pyramides  $abde$ ,  $bcd e$ : sitque pyramidis  $abde$  axis  $eh$ ; & pyramidis  $bcd e$  axis  $e\kappa$ : & iungatur  $h\kappa$ , quæ per  $f$  transibit: est enim in ipsa  $h\kappa$  centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex triangulis  $abd$ ,  $bcd$ , hoc est ipsius quadrilateri. Itaque centrum grauitatis pyramidis  $abde$  sit punctum  $l$ : & pyramidis  $bcd e$  sit  $m$ . ducta igitur  $lm$  ipsi  $hm$  lineæ æquidistabit: nam  $el$  ad  $lh$



Ih eandem habet proportionem, quam  $c$   $m$  ad  $m$   $k$ , uideli-  
 cet triplam. quare linea  $l$   $m$  ipsam  $e$   $f$  secabit in puncto  $g$ :  
 etenim  $e$   $g$  ad  $g$   $f$  est, ut  $e$   $l$  ad  $l$   $h$ . præterea quoniam  $h$   $k$ ,  $l$   $m$   
 æquidistant, erunt triangula  $h$   $e$   $f$ ,  $l$   $e$   $g$  similia: itemq; inter  
 se similia  $f$   $e$   $k$ ,  $g$   $e$   $m$ : & ut  $e$   $f$  ad  $e$   $g$ , ita  $h$   $f$  ad  $l$   $g$ : & ita  $f$   $K$  ad  
 $g$   $m$ . ergo ut  $h$   $f$  ad  $l$   $g$ , ita  $f$   $k$  ad  $g$   $m$ : & permutando ut  $h$   $f$   
 ad  $f$   $K$ , ita  $l$   $g$  ad  $g$   $m$ . sed cum  $h$  sit centrum trianguli  $a$   $b$   $d$ :  
 &  $k$  trianguli  $b$   $c$   $d$ . punctū uero  $f$  totius quadrilateri  $a$   $b$   $c$   $d$   
 centrum: erit ex 8. Archimedis de centro grauitatis plano-  
 rum  $h$   $f$  ad  $f$   $k$ , ut triangulum  $b$   $c$   $d$  ad triangulum  $a$   $b$   $d$ : ut  
 autem  $b$   $c$   $d$  triangulum ad triangulum  $a$   $b$   $d$ , ita pyramis  
 $b$   $c$   $d$   $e$  ad pyramidem  $a$   $b$   $d$   $e$ . ergo  
 linea  $l$   $g$  ad  $g$   $m$  erit, ut pyramis  
 $b$   $c$   $d$   $e$  ad pyramidē  $a$   $b$   $d$   $e$ . ex quo  
 sequitur, ut totius pyramidis  
 $a$   $b$   $c$   $d$   $e$  punctum  $g$  sit grauitatis  
 centrum. Rursus sit pyramis ba-  
 sim habens pentagonum  $a$   $b$   $c$   $d$   $e$ :  
 & axem  $f$   $g$ : diuidaturq; axis in pū-  
 ctō  $h$ , ita ut  $f$   $h$  ad  $h$   $g$  triplam habe-  
 at proportionem. Dico  $h$  grauita-  
 tis centrū esse pyramidis  $a$   $b$   $c$   $d$   $e$   $f$ .  
 iungatur enim  $e$   $b$ : intelligaturq;  
 pyramis, cuius uertex  $f$ , & basis  
 triangulum  $a$   $b$   $e$ : & alia pyramis  
 intelligatur eundem uerticem ha-  
 bens, & basim  $b$   $c$   $d$   $e$  quadrilaterū:  
 sit autem pyramidis  $a$   $b$   $e$  faxis  $f$   $k$ ,  
 & grauitatis centrum  $l$ : & pyrami-  
 dis  $b$   $c$   $d$   $e$  faxis  $f$   $m$ , & centrum gra-  
 uitatis  $n$ : iunganturq;  $k$   $m$ ,  $l$   $n$ :  
 quæ per puncta  $g$   $h$  transibunt.  
 Rursus eodem modo, quō sup ra,  
 demonstrabimus lineas  $K$   $g$   $m$ ,  $l$   $h$   $n$  sibi ipsis æquidistare:

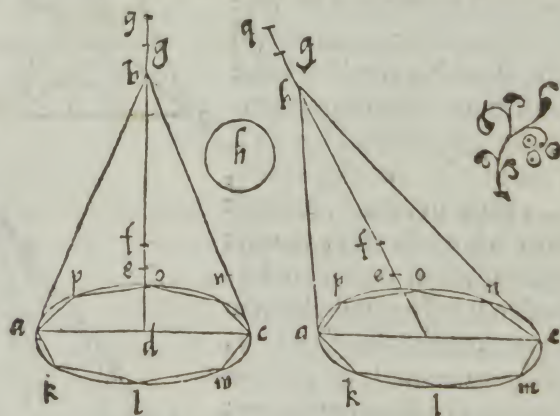


H

# FED. COMMANDINI

& denique punctum  $h$  pyramidis  $abcd$   $ef$  gravitatis esse centrum, & ita in alijs.

Sit conus, uel conij portio axem habens  $bd$ : seceturque plano per axem, quod sectionem faciat triangulum  $abc$ : &  $bd$  axis diuidatur in  $e$ , ita ut  $be$  ipsius  $ed$  sit tripla. Dico punctum  $e$  conij, uel conij portionis, gravitatis esse centrum. Si enim fieri potest, sit centrum  $f$ : & producat  $ef$  extra figuram in  $g$ . quam uero proportionem habet  $ge$  ad  $ef$ , habeat basis conij, uel conij portionis, hoc est circulus, uel ellipsis circa diametrum  $ac$  ad aliud spacium, in quo  $h$ . Itaque in circulo, uel ellipsi plane describatur rectilinea figura  $aklmnop$ , ita ut quæ relinquuntur portiones sint minores spacio  $h$ : & intelligatur pyramis basim habens rectilineam figuram  $aklmnop$ , & axem  $bd$ ; cuius quidem gravitatis centrum erit punctum  $e$ , ut iam demonstraui. Et quoniam portiones sunt minores spacio  $h$ , circulus, uel ellipsis ad portiones ma-



iolem proportionem habet, quam  $ge$  ad  $ef$ . sed ut circulus, uel ellipsis ad figuram rectilineam sibi inscriptam, ita conus, uel conij portio ad pyramidem, quæ figuram rectilineam pro basi habet; & altitudinem æqualem: etenim su-

pra



pra demonstratum est, ita esse cylindrum, uel cylindri por- 8. huius  
tionem ad prismam, cuius basis rectilinea figura, & æqua-  
lis altitudo. ergo per conuersionem rationis, ut circulus,  
uel ellipsis ad portiones, ita conus, uel coni portio ad por-  
tiones solidas. quare conus uel coni portio ad portiones  
solidas maiorem habet proportionem, quam  $ge$  ad  $ef$ : &  
diuidendo, pyramis ad portiones solidas maiorem pro-  
portionem habet, quam  $gf$  ad  $fc$ . fiat igitur  $qf$  ad  $fe$   
ut pyramis ad dictas portiones. Itaque quoniam à cono  
uel coni portione, cuius grauitatis centrum est  $f$ , aufer-  
tur pyramis, cuius centrum  $e$ ; reliquæ magnitudinis,  
quæ ex solidis portionibus constat, centrum grauitatis  
erit in linea  $ef$  protracta, & in puncto  $q$ . quod fieri  
non potest: est enim centrum grauitatis intra. Constat  
igitur coni, uel coni portionis grauitatis centrum esse pun-  
ctum  $e$ . quæ omnia demonstrare oportebat.

## THEOREMA XIX. PROPOSITIO XXIII.

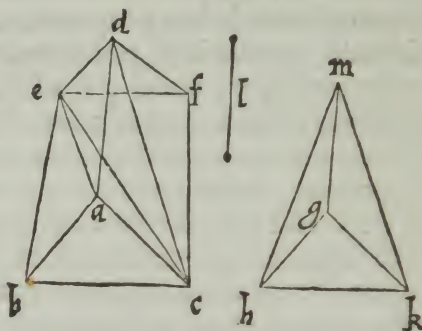
QVODLIBET frustum à pyramide, quæ  
triangularem basim habeat, abscissum, diuiditur  
in tres pyramides proportionales, in ea proportio-  
ne, quæ est lateris maioris basis ad latus minoris.  
ipsi respondens.

Hoc demonstrauit Leonardus Pisanus in libro, qui de  
praxi geometriæ inscribitur. Sed quoniam is adhuc im-  
pressus non est, nos ipsius demonstrationem breuiter  
perstringemus, rem ipsam secuti, non uerba. Sit fru-  
stum pyramidis  $abcdef$ , cuius maior basis triangulum  
 $abc$ , minor  $def$ : & iunctis  $ae$ ,  $ec$ ,  $cd$ , per, line-  
as  $ae$ ,  $ec$  ducatur planum secans frustum: itemque per  
lineas  $ec$ ,  $cd$ ; & per  $cd$ , da alia plana ducantur, quæ  
diuident frustum in tres pyramides  $abce$ ,  $adce$ ,  $defc$ .

H 2

# FED. COMMANDINI

Dico eas proportionales esse in proportione, quæ est la-  
 teris  $ab$  ad latus  $de$ , ita ut earum maior sit  $abce$ , me-  
 dia  $adce$ , & minor  $defc$ . Quoniam enim lineæ  $de$ ,  
 $ab$  æquidistant; & inter ipsas sunt triangu-  
 la  $abe$ ,  $ade$ ;   
 1. sexti. erit triangulum  $abe$   
 ad triangulum  $ade$ ,  
 ut linea  $ab$  ad lineam  
 $de$ . ut autem triangu-  
 lum  $abe$  ad triangu-  
 lum  $ade$ , ita pyramis  
 3. duodeci-  $abec$  ad pyramidem  
 mi.  $adec$ : habent enim  
 altitudinem eandem,  
 quæ est à puncto  $c$  ad  
 planum, in quo qua-  
 11. quinti. drilaterum  $abed$ . er-  
 go ut  $ab$  ad  $de$ , ita pyramis  $abec$  ad pyramidem  $adec$ .  
 Rursus quoniam æquidistantes sunt  $ac$ ,  $df$ ; erit eadem  
 4. sexti. ratione pyramis  $adce$  ad pyramidem  $cdfe$ , ut  $ac$  ad  
 $df$ . Sed ut  $ac$  ad  $df$ , ita  $ab$  ad  $de$ , quoniam triangu-  
 la  $abc$ ,  $def$  similia sunt, ex nona huius. quare ut pyramis  
 $abec$  ad pyramidem  $adce$ , ita pyramis  $adce$  ad ipsam  
 $defc$ . frustum igitur  $abcd$  diuiditur in tres pyramides  
 proportionales in ea proportione, quæ est lateris  $ab$  ad  $de$   
 latus, & earum maior est  $abce$ , media  $adce$ , & minor  
 $defc$ . quod demonstrare oportebat.



## PROBLEMA V. PROPOSITIO XXIII.

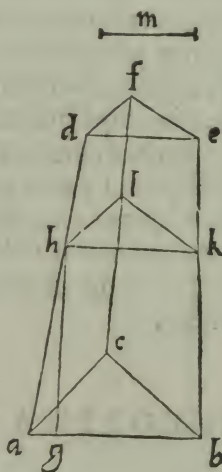
QVODLIBET frustum pyramidis, uel coni,  
 uel coni portionis, plano basi æquidistanti ita se-  
 care, ut sectio sit proportionalis inter maiorem,  
 & minorem basim.

Sit



SIT frustum pyramidis a e, cuius maior basis triangulum a b c, minor d e f: & oporteat ipsum plano, quod basi æquidistet, ita secare, ut sectio sit proportionalis inter tria-  
gula a b c, d e f. Inueniatur inter lineas a b, d e media pro-  
portionalis, quæ sit b g: & à puncto g erigatur g h æquidi-  
stans b e, secansq; a d in h: deinde per h ducatur planum  
basibus æquidistans, cuius sectio sit triangulum h k l. Dico  
triangulum h k l proportionale esse inter triangula a b c,  
d e f, hoc est triangulum a b c ad  
triangulum h k l eandem habere  
proportionem, quam triagulum  
h k l ad ipsum d e f. Quonia enim  
lineæ a b, h k æquidistantium pla-  
norum sectiones inter se æquidi-  
stant: atque æquidistant b k, g h:  
linea h k ipsi g b est æqualis: & pro-  
pterea proportionalis inter a b,  
d e. quare ut a b ad h k, ita est h k  
ad d e. fiat ut h k ad d e, ita d e  
ad aliam lineam, in qua sit m. erit  
ex æquali ut a b ad d e, ita h k ad  
m. Et quoniam triangula a b c,  
h k l, d e f similia sunt; triangulū  
a b c ad triangulum h k l est, ut li-  
nea a b ad lineam d e: triangulū  
autem h k l ad ipsum d e f est, ut h k ad m. ergo triangulum  
a b c ad triangulum h k l eandem proportionem habet,  
quam triangulum h k l ad ipsum d e f. Eodem modo in a-  
liis frustis pyramidis idem demonstrabitur.

Sit frustum conī, uel conī portionis a d: & secetur plano  
per axem, cuius sectio sit a b c d, ita ut maior ipsius basis sit  
circulus, uel ellipsis circa diametrum a b; minor circa c d.  
Rursus inter lineas a b, c d inueniatur proportionalis b e:  
& ab e ducta e f æquidistante b d, quæ lineam c a in f secet,

16. unde  
cimi

34. primi

9. huius  
corol.  
20. sexti

11. quinti

2. duode-  
cimi

per  $f$  planum basibus æquidistans ducatur, ut sit sectio cir-  
culus, uel ellipsis circa diametrum  $fg$ . Dico sectionem  $ab$   
ad sectionem  $fg$  eandem proportionem habere, quam  $fg$   
ad ipsam  $cd$ . Simili enim ratione, qua supra, demonstrabi-  
tur quadratum  $ab$  ad quadratum  $fg$  ita esse, ut quadriatū  
 $fg$  ad  $cd$  quadratum. Sed circuli inter se eandem propor-  
tionem habent, quam diametrorum quadrata. ellipses au-  
tem circa  $ab, fg, cd$ , quæ similes sunt, ut ostendimus in cō-  
mentariis in principium libri Archimedis de conoidibus,  
& sphaeroidibus, eam habēt proportionem, quam quadra-  
ta diametrorum, quæ eiusdem rationis sunt, ex corollario  
septimæ propositionis eiusdem li-  
bri. ellipses enim nunc appello ip-  
sa spacia ellipsis contenta. ergo  
circulus, uel ellipsis  $ab$  ad circulū,  
uel ellipsim  $fg$  eam proportionem  
habet, quam circulus, uel ellipsis  
 $fg$  ad circulum uel ellipsim  $cd$ .  
quod quidem faciendum propo-  
suimus.



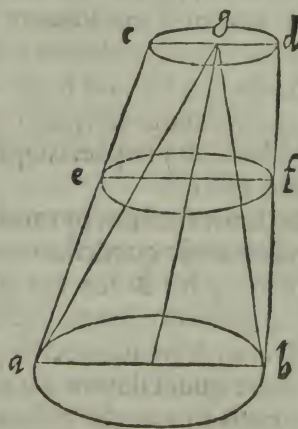
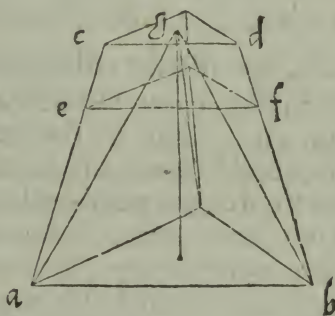
THEOREMA XX. PROPOSITIO XXV.

QVODLIBET frustum pyramidis, uel coni,  
uel coni portionis ad pyramidem, uel conum, uel  
coni portionem, cuius basis eadem est, & æqualis  
altitudo, eandem proportionē habet, quam utræ  
que bases, maior, & minor simul sumptæ vnā cū  
ea, quæ inter ipsas sit proportionalis, ad basim ma-  
iorem.

Sic



SIT frustū pyramidis, uel coni, uel coni portionis a d, cuius maior basis a b, minor c d. & secetur altero plano basi æquidistante, ita ut sectio e f sit proportionalis inter bases a b, c d. constituatur autē pyramis, uel conus, uel coni portio a g b, cuius basis sit eadem, quæ basis maior frusti, & altitudo æqualis. Dico frustum a d ad pyramidem, uel conum, uel coni portionem a g b eandem proportionē habere, quā utraq̃ue bases, a b, c d unā cum e f ad basim a b. est enim frustum a d æquale pyramidi, uel cono, uel coni portioni, cuius basis ex tribus basibus a b, e f, c d constat; & altitudo ipsius altitudini est æqualis: quod mox ostendemus. Sed pyramides, coni, uel coni portioes, quæ sunt æquali altitudine, eādem inter se, quam bases, proportionem habent, sicuti demonstratum est, partim ab Euclide in duodecimo libro elementorum, partim à nobis in cōmentariis in undecimam propositionē Archimedis de conoidibus, & spheroidibus. quare pyramis, uel conus, uel coni portio, cuius basis est tribus illis basibus æqualis ad a g b eam habet proportionem, quam bases a b, e f, c d ad a b basim. Frustum igitur a d ad a g b



6.11. duo  
decimi

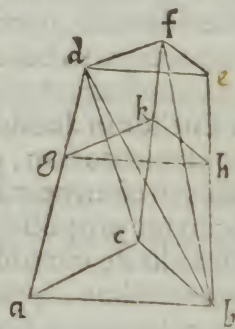
# FED. COMMANDINI

pyramidem, uel conum, uel coni portionem eandem proportionem habet, quam bases  $a b$ ,  $c d$  unà cum  $e f$  ad basim  $a b$ . quod demonstrare uolebamus.

Frustrum uero  $a d$  æquale esse pyramidi, uel cono, uel coni portioni, cuius basis constat ex basibus  $a b$ ,  $c d$ ,  $e f$ , & altitudo frustri altitudini est æqualis, hoc modo ostendemus.

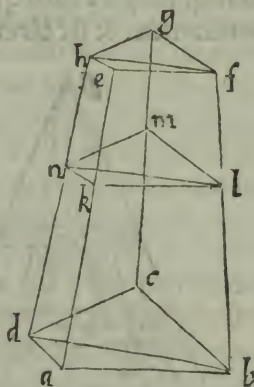
Sit frustrum pyramidis  $a b c d e f$ , cuius maior basis triangulum  $a b c$ ; minor  $d e f$ : & secetur plano basibus æquidistante, quod sectionem faciat triangulum  $g h k$  inter triangula  $a b c$ ,  $d e f$  proportionale. Iam ex iis, quæ demonstrata sunt in 23. huius, patet frustrum  $a b c d e f$  diuidi in tres pyramides proportionales; & earum maiorem esse pyramidem  $a b c d$  minorem uero  $d e f b$ . ergo pyramis à triangulo  $g h k$  constituta, quæ altitudinem habeat frustri altitudini æqualem, proportionalis est inter pyramides  $a b c d$ ,  $d e f b$ : & idcirco frustrum  $a b c d e f$  tribus dictis pyramidibus æquale erit. Itaque si intelligatur alia pyramis æque alta, quæ basim habeat ex tribus basibus  $a b c$ ,  $d e f$ ,  $g h k$  constantem; perspicuum est ipsam eisdem pyramidibus, & propterea ipsi frustrum æqualem esse.

Rursus sit frustrum pyramidis  $a g$ , cuius maior basis quadrilaterum  $a b c d$ , minor  $e f g h$ : & secetur plano basibus æquidistante, ita ut fiat sectio quadrilaterum  $K l m n$ , quod sit proportionale inter quadrilatera  $a b c d$ ,  $e f g h$ . Dico pyramidem, cuius basis sit æqualis tribus quadrilateris  $a b c d$ ,  $K l m n$ ,  $e f g h$ , & altitudo æqualis altitudini frustri, ipsi frustrum  $a g$  æqualem esse. Ducatur enim planum per lineas  $f b$ ,  $h d$ , quod





quod diuidat frustum in duo frustra triangulares bases habentia, uidelicet in frustum  $abdefh$ , & in frustum  $bcd fgh$ . erit triangulum  $klm$  proportionale inter triangula  $abd$ ,  $efh$ : & triangulum  $lmn$  proportionale inter  $bcd$ ,  $fgh$ . sed pyramis æque alta, cuius basis constat ex tribus triangulis  $abd$ ,  $klm$ ,  $efh$ , demonstrata est frusto  $abdefh$  æqualis: & similiter pyramis, cuius basis constat ex triangulis  $bcd$ ,  $lmn$ ,  $fgh$  æqualis frusto  $bcd fgh$ : componuntur autem tria quadrilatera  $abcd$ ,  $klmn$ ,  $efgh$  ex sex triangulis iam dictis. pyramis igitur basim habens æqualem tribus quadrilateris, & altitudinem eandem ipsi frusto  $ag$  est æqualis. Eodem modo illud demonstrabitur in aliis eiusmodi frustis.

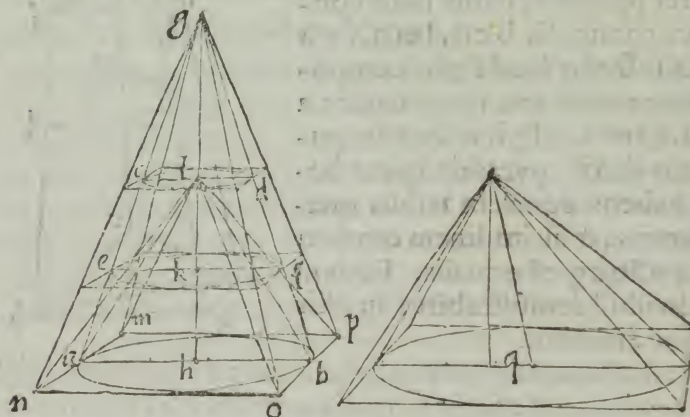


Sit frustum conij, uel conij portionis  $ad$ ; cuius maior basis circulus, uel ellipsis circa diametrum  $ab$ ; minor circa  $cd$ : & secetur plano, quod basibus æquidistet, faciatq; sectionem circulum, uel ellipsim circa diametrum  $ef$ , ita ut inter circulos, uel ellipses  $ab$ ,  $cd$  sit proportionalis. Dico conum, uel conij portionem, cuius basis est æqualis tribus circulis, uel tribus ellipsis  $ab$ ,  $ef$ ,  $cd$ ; & altitudo eadem, quæ frusti  $ad$ , ipsi frusto æqualem esse. producat enim frusti superficies quousque coeat in unum punctum, quod sit  $g$ : & conij, uel conij portionis  $agb$  axis sit  $gh$ , occurrens planis  $ab$ ,  $ef$ ,  $cd$  in punctis  $h$ ,  $k$ ,  $l$ : circa circulum uero describatur quadratum  $mno p$ , & circa ellipsim rectangulum  $mno p$ , quod ex ipsius diametris constat: iunctisq;  $gm$ ,  $gn$ ,  $go$ ,  $gp$ , ex eodem vertice intelligatur pyramis basim habens dictum quadratum, uel rectangulum: & plana in quibus sunt circuli, uel ellipses  $ef$ ,  $cd$  usque ad eius latera

I

9. huius  
2. duode-  
cimi.  
7. de co-  
noidibus  
& sphæ-  
roidibus

producantur. Quoniam igitur pyramis secatur planis basi æquidistantibus, sectiones similes erunt: atque erunt quadrata, uel rectangula circa circulos, uel ellipses descripta, quemadmodum & in ipsa basi. Sed cum circuli inter se eā proportionem habeant, quam diametrorum quadrata: itemq; ellipses eam quam rectangula ex ipsarum diametris constantia: & sit circulus, uel ellipsis circa diametrum e f



proportionalis inter circulos, uel ellipses a b, c d; erit rectangulum e f etiam inter rectangula a b, c d proportionale: per rectangulum enim nunc breuitatis causa etiā ipsum quadratum intelligemus. quare ex iis, quæ proxime dicta sunt, pyramis basim habens æqualem dictis rectangulis, & altitudinem eandem, quam frustum a d, ipsi frusto à pyramide abscisso æqualis probabitur. ut autem rectangulum c d ad rectangulū e f, ita circulus, uel ellipsis c d ad e f circulum, uel ellipsim: componendoq; ut rectangula c d, e f, ad e f rectangulum, ita circuli, uel ellipses e d, e f, ad e f: & ut rectangulū e f ad rectangulum a b, ita circulus, uel ellipsis e f ad a b circulum, uel ellipsim. ergo ex æquali, & componendo, ut rectangula c d, e f, a b ad ipsum a b, ita circuli,



colū, uel ellipses  $c d, e f$  a  $b$  ad circulum, uel ellipsim a  $b$ . Intelligatur pyramis  $q$  basim habens æqualem tribus rectangulis a  $b, e f, c d$ ; & altitudinem eādem, quam frustum a  $d$ . intelligatur etiam conus, uel conī portio  $q$ , eadem altitudine, cuius basis sit tribus circulis, uel tribus ellipsis a  $b, e f, c d$  æqualis. postremo intelligatur pyramis a  $l b$ , cuius basis sit rectangulum  $m n o p$ , & altitudo eadem, quæ frusti: itemq; intelligatur conus, uel conī portio a  $l b$ , cuius basis circulus, uel ellipsis circa diametrum a  $b$ , & eadem altitudo. ut igitur rectangula a  $b, e f, c d$  ad rectangulum a  $b$ , ita pyramis  $q$  ad pyramidem a  $l b$ ; & ut circuli, uel ellipses a  $b, e f, c d$  ad a  $b$  circulum, uel ellipsim, ita conus, uel conī portio  $q$  ad conum, uel conī portionem a  $l b$ . conus igitur, uel conī portio  $q$  ad conum, uel conī portionem a  $l b$  est, ut pyramis  $q$  ad pyramidem a  $l b$ . sed pyramis a  $l b$  ad pyramidem a  $g b$  est, ut altitudo ad altitudinem, ex 20. huius: & ita est conus, uel conī portio a  $l b$  ad conum, uel conī portionem a  $g b$  ex 14. duodecimi elementorum, & ex iis, quæ nos demonstrauimus in commentariis in undecimam de conoidibus, & sphæroidibus, propositione quarta. pyramis autem a  $g b$  ad pyramidem  $c g d$  proportionem habet compositam ex proportionibus basium & proportionibus altitudinum, ex uigesima prima huius: & similiter conus, uel conī portio a  $g b$  ad conum, uel conī portionem  $c g d$  proportionem habet compositā ex eisdem proportionibus, per ea, quæ in dictis commentariis demonstrauimus, propositione quinta, & sexta: altitudo enim in utrisque eadem est, & bases inter se eandem habent proportionem. ergo ut pyramis a  $g b$  ad pyramidem  $c g d$ , ita est conus, uel conī portio a  $g b$  ad a  $g d$  conum, uel conī portionem: & per conuersionē rationis, ut pyramis a  $g b$  ad frustum à pyramide abscissum, ita conus uel conī portio a  $g b$  ad frustum a  $d$ . ex æquali igitur, ut pyramis  $q$  ad frustum à pyramide abscissum, ita conus uel conī portio  $q$  ad

6. 11. duo  
decimi

frustum a d. Sed pyramis q æqualis est frusto à pyramide abscisso, ut demonstrauimus. ergo & conus, uel coniportio q, cuius basis ex tribus circulis, uel ellipsis a b, e f, c d constat, & altitudo eadem, quæ frusti: ipsi frusto a d est æqualis. atque illud est, quod demonstrare oportebat.

## THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXVI.

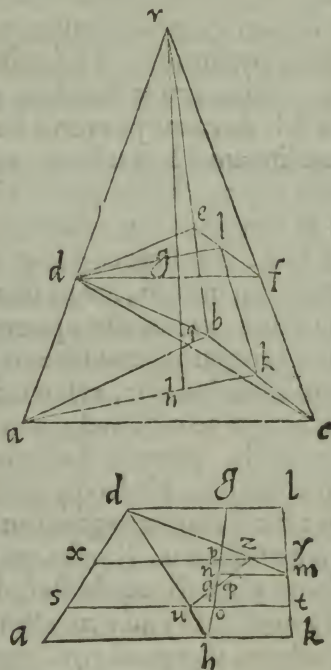
C V I V S L I B E T frusti à pyramide, uel cono, uel coniportione abscissi, centrum grauitatis est in axe, ita ut eo primum in duas portiones diuiso, portio superior, quæ minorem basim attingit ad portionem reliquam eam habeat proportionem, quam duplum lateris, uel diametri maioris basis, vnà cum latere, uel diametro minoris, ipsi respondente, habet ad duplum lateris, uel diametri minoris basis vnà cū latere, uel diametro maioris: deinde à puncto diuisionis quarta parte superioris portionis in ipsa sumpta: & rursus ab inferioris portionis termino, qui est ad basim maiorem, sumpta quarta parte totius axis: centrum sit in linea, quæ his finibus continetur, atque in eo lineæ puncto, quo sic diuiditur, ut tota linea ad partem propinquiorem minori basi, eadem proportionem habeat, quam frustum ad pyramidē, uel conum, uel coniportionem, cuius basis sit eadem, quæ basis maior, & altitudo frusti altitudini æqualis.

sit



3. diff. hu  
ius .

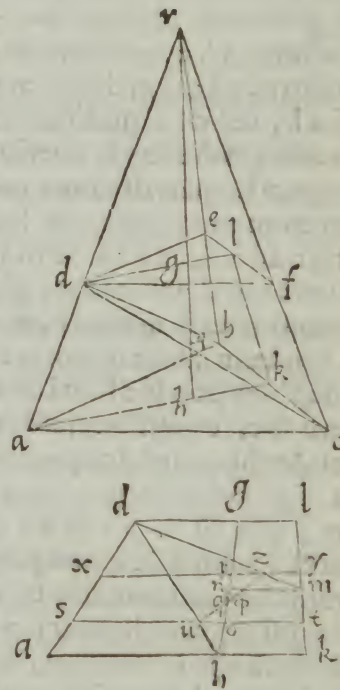
Ultima e-  
iusdē libri  
Archime-  
dis.



# FED. COMMANDINI

nis, quousque in unum punctum  $r$  conueniant; erit pyramidis  $a b c r$ , & pyramidis  $d e f r$  grauitatis centrum in linea  $r h$ . ergo & reliquæ magnitudinis, uidelicet frusti centrum in eadem linea necessario comperietur. Iungantur  $d b$ ,  $d c$ ,  $d h$ ,  $d m$ : & per lineas  $d b$ ,  $d c$  ducto altero plano intelligatur frustum in duas pyramides diuisum: in pyramidem quidem, cuius basis est triangulum  $a b c$ , uertex  $d$ : & in eam, cuius idem uertex, & basis trapezium  $b c f e$ . erit igitur pyramidis  $a b c d$  axis  $d h$ , & pyramidis  $b c f e d$  axis  $d m$ : atque erunt tres axes  $g h$ ,  $d h$ ,  $d m$  in eodem plano  $d a K l$ . ducatur præterea per  $o$  linea  $s t$  ipsi  $a K$  æquidistans, quæ lineam  $d h$  in  $u$  secet: per  $p$  uero ducatur  $x y$  æquidistans eidem, secansque  $d m$  in  $z$ : & iungatur  $z u$ , quæ secet  $g h$  in  $q$ . transibit ea per  $q$ : & erunt  $q u$  unum, atque idem punctum; ut inferius apparebit. Quoniam igitur linea  $u o$  æquidistat ipsi  $d g$ , erit  $d u$  ad  $u h$ , ut  $g o$  ad  $o h$ . Sed  $g o$  tripla est  $o h$ . quare &  $d u$  ipsius  $u h$  est tripla: & ideo pyramidis  $a b c d$  centrum grauitatis erit punctum  $u$ . Rursus quoniam  $z y$  ipsi  $d l$  æquidistat,  $d z$  ad  $z m$  est, ut  $l y$  ad  $y m$ : estque  $l y$  ad  $y m$ , ut  $g p$  ad  $p n$ . ergo  $d z$  ad  $z m$  est, ut  $g p$  ad  $p n$ . Quod cum  $g p$  sit tripla  $p n$ ; erit etiam  $d z$  ipsius  $z m$  tripla. atque ob eandem causam punctum  $z$  est centrū grauitatis pyramidis  $b c f e d$ . iuncta igitur  $z u$ , in ea erit cētrum

2. sexti.



gra-



grauitatis magnitudinis, quæ ex utrisque pyramidibus cōstat; hoc est ipsius frusti. Sed frusti centrum est etiam in axe  $gh$ . ergo in puncto  $\phi$ , in quo lineæ  $zu, gh$  conueniunt. Itaque  $u$  ad  $z$  eam proportionem habet, quam pyramis  $bced$  ad pyramidem  $abcd$ . & componendo  $uz$  ad  $z\phi$  eam habet, quam frustum ad pyramidem  $abcd$ . Vt uero  $uz$  ad  $z\phi$ , ita  $op$  ad  $p\phi$  ob similitudinem triangulorum,  $uot$ ,  $zpt$ . quare  $op$  ad  $p\phi$  est ut frustum ad pyramidem  $abcd$ . sed ita erat  $op$  ad  $pq$ . æquales igitur sunt  $p\phi, pq$ : &  $q\phi$  unum atque idem punctum. ex quibus sequitur lineam  $zu$  secare  $op$  in  $q$ : & propterea punctum  $q$  ipsius frusti grauitatis centrum esse.

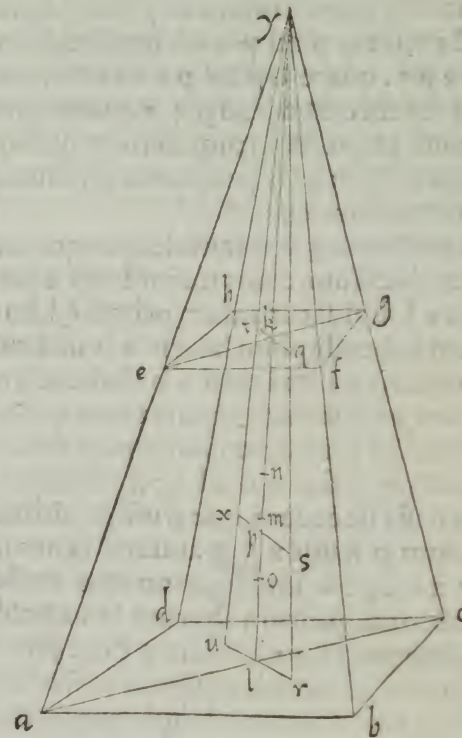
Sit frustum  $ag$  à pyramide, quæ quadrangularem basim habeat abscissum, cuius maior basis  $abcd$ , minor  $efgh$ ; & axis  $kl$ . diuidatur autem primū  $kl$ , ita ut quam proportionem habet duplum lateris  $ab$  unā cum latere  $ef$  ad duplum lateris  $ef$  unā cum  $ab$ ; habeat  $km$  ad  $ml$ . deinde à puncto  $m$  ad  $k$  sumatur quarta pars ipsius  $mk$ , quæ sit  $mn$ . & rursus ab  $l$  sumatur quarta pars totius axis  $lk$ , quæ sit  $lo$ . postremo fiat  $on$  ad  $np$ , ut frustum  $ag$  ad pyramidē, cuius basis sit eadem, quæ frusti, & altitudo æqualis. Dico punctum  $p$  frusti  $ag$  grauitatis centrum esse. ducantur enim  $ac, eg$ : & intelligantur duo frusta triangulares bases habentia, quorum alterum  $lfe$  ex basibus  $abc, efg$  cōstet; alterum  $lhf$  ex basibus  $acd, egh$ . Sitq; frusti  $lfe$  axis  $qr$ ; in quo grauitatis centrum  $s$ : frusti uero  $lhf$  axis  $tu$ , &  $x$  grauitatis centrum: deinde iungantur  $ur, tq, xs$ . transibit  $ur$  per  $l$ : quoniam  $l$  est centrum grauitatis quadranguli  $abcd$ : & puncta  $r, u$  grauitatis centra triangulorum  $abc, acd$ ; in quæ quadrangulum ipsum diuiditur. eadem quoque ratione  $tq$  per punctum  $k$  transibit. At uero proportionem, ex quibus frustorum grauitatis centra inquirimus, eadem sunt in toto frusto  $ag$ , & in frustis  $lfe, lhf$ . Sunt enim per octauam huius quadrilatera  $abcd, efgh$  similia:

8. primū  
libri Ar-  
chimedē  
de cētro  
grauita-  
tis plano  
rum  
7. quanti.

# FED. COMMANDINI

itemq; similia triangula  $a b c$ ,  $e f g$ : &  $a c d$ ,  $e g h$ . idcircoq; latera sibi ipsis respondentia eadem inter se se proportionem seruant. Vt igitur duplum lateris  $a b$  unà cum latere  $e f$  ad duplum lateris  $e f$  unà cum  $a b$ , ita est duplum  $a d$  lateris unà cum latere  $e h$  ad duplum  $e h$  unà cum  $a d$ : & ita in aliis.

Rursus frustum  $a g$  ad pyramidē, cuius eadem est basis, & æqualis altitudo eandem proportionē habet, quam frustū  $l f$  ad pyramidē, quæ est eadē basi, & æquali altitudine: & similiter quam  $l h$  frustum ad pyramidem, quæ ex eadē basi, & æquali altitudine constat. nam si inter ipsas bases mediæ proportionales constituan-



tur, tres bases simul sumptæ ad maiorem basim in omnibus eodem modo se habebunt. Vnde fit, ut axes  $K l$ ,  $q r$ ,  $t u$  à punctis  $p s x$  in eandem proportionem secantur. ergo linea  $x s$  per  $p$  transibit: & lineæ  $r u$ ,  $s x$ ,  $q t$  inter se æquidistantes erunt. Itaque cum frusti  $a g$  latera producta

2. textf.



ducta fuerint, ita ut in unum punctum y cocant, erunt tria  
 gala uyl, xyp, tyk inter se similia: & similia etiam triangu-  
 la l yr, pys, kyq. quare ut in 19 huius, demonstrabitur  
 xp ad ps: itemq; tk ad kq eandem habere proportionē,  
 quam ul ad lr. Sed ut ul ad li, ita est triangulum abc ad  
 triangulum acd: & ut tk ad Kq, ita triangulum efg ad  
 triangulum egh. Vt autem triangulum abc ad triangu-  
 lum acd, ita pyramis abcy ad pyramidem acdy. & ut  
 triangulum efg ad triangulum egh, ita pyramis efg y  
 ad pyramidem eghy; ergo ut pyramis abcy ad pyramidē  
 acdy, ita pyramis efg y ad pyramidem eghy. reliquum 19. quinti  
 igitur frustum l f ad reliquum frustum lh est ut pyramis abc y  
 ad pyramidem acdy, hoc est ut ul ad lr, & ut xp ad ps.  
 Quod cum frusti lf centrum gravitatis sit s: & frusti lh sit  
 centrum x: constat punctum p totius frusti ag gravitatis  
 esse centrum. Eodem modo fiet demonstratio etiam in  
 aliis pyramidibus. 8. Archi-  
 medis.

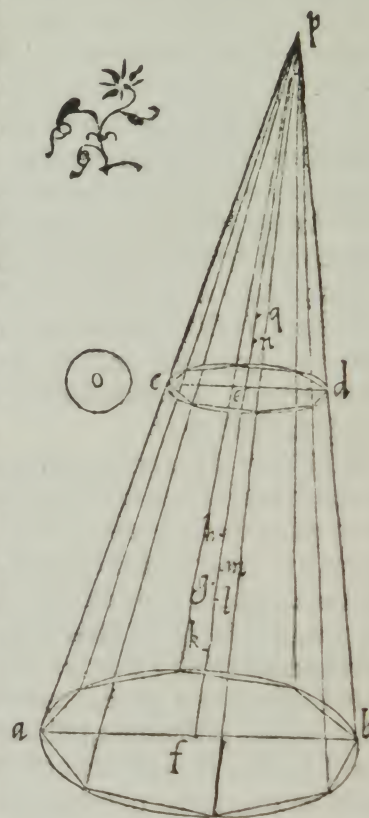
Sit frustum a d à cono, uel coni portione abscissum, cu-  
 ius maior basis circulus, uel ellipsis circa diametrum a b;  
 minor circa diametrum cd: & axis ef. diuidatur autē ef  
 in g, ita ut eg ad gf eandem proportionem habeat, quam  
 duplum diametri a b unā cum diametro cd ad duplum cd  
 unā cum a b. Sitq; gh quarta pars lineæ ge: & sit fK item  
 quarta pars totius fe axis. Rursus quam proportionem  
 habet frustum a d ad conum, uel coni portione, in eadē  
 basi, & æquali altitudine, habeat linea Kh ad hl. Dico pun-  
 ctum l frusti a d gravitatis centrum esse. Si enim fieri po-  
 test, sit m centrum: producatuq; lm extra frustum in n:  
 & ut n l ad lm, ita fiat circulus, uel ellipsis circa diametru  
 a b ad aliud spacium, in quo sit o. Itaque in circulo, uel  
 ellipsi circa diametrum a b rectilinea figura plane descri-  
 batur, ita ut quæ relinquuntur portiones sint o spazio mi-  
 nores: & intelligatur pyramis apb, basim habens rectili-  
 neam figuram in circulo, uel ellipsi ab descriptam: à qua  
 K

# FED. COMMANDINI

frustum pyramidis sit abscissum. erit ex iis quæ proxime tradidimus, frusti pyramidis a d centrum grauitatis l. Quoniam igitur portiones spacio o minores sunt; habebit circulus, uel ellipsis a b ad portiones dictas maiorem proportionem, quam n l ad l m. sed ut circulus, uel ellipsis a b ad portiones, ita a p b conus, uel coni portio ad solidas portiones, id quod supra demonstratum est: & ut circulus uel ellipsis c d ad portiones, quæ ipsi insunt, ita conus, uel coni portio c p d ad solidas ipsius portiones. Quod cum figuræ in circulis, uel ellipsis a b c d descriptæ similes sint, erit proportio circuli, uel ellipsis a b ad suas portiones, eadē, quæ circuli uel ellipsis c d ad suas. ergo conus, uel coni portio a p b ad portiones solidas eadēdem habet proportionē, quam conus, uel coni portio c p d ad solidas ipsius portiones. reliquum igitur coni, uel coni portionis frustū, scilicet a d ad reliquas portiones solidas in ipso contentas eandem proportionē habet, quam conus, uel coni portio a p b ad solidas portiones: hoc est eandem, quam circulus, uel ellipsis a b ad portiones planas. quare frustum coni, uel coni portionis a d ad

22. huius

29. quinti





ad portiones solidas maiorem habet proportionē, quā  $n l$  ad  $l m$ : & diuidendo frustum pyramidis ad dictas portiones maiorem proportionem habet, quā  $n m$  ad  $m l$ . fiat igitur ut frustum pyramidis ad portiones, ita  $q m$  ad  $m l$ . Itaque quoniam à frusto coni, uel coni portionis  $a d$ , cuius grauitatis centrum est  $m$ , aufertur frustum pyramidis habens centrum  $l$ ; erit reliquæ magnitudinis, quæ ex portionibus solidis constat; grauitatis cētrum in linea  $l m$  producta, atque in puncto  $q$ , extra figuram posito: quod fieri nullo modo potest. relinquitur ergo, ut punctum  $l$  sit frusti  $a d$  grauitatis centrum. quæ omnia demonstranda proponebantur.

## THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXVII.

OMNIVM solidorum in sphæra descriptorum, quæ æqualibus, & similibus basibus continentur, centrum grauitatis est idem, quod sphæræ centrum.

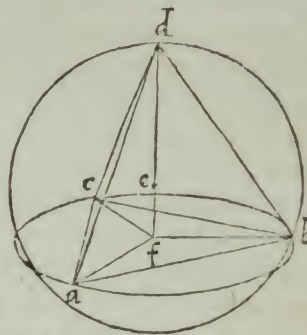
Solida eiusmodi corpora regularia appellare solent, de quibus agitur in tribus ultimis libris elementorum: sunt autem numero quinque, tetrahedrum, uel pyramis, hexahedrum, uel cubus, octahedrum, dodecahedrum, & icosahedrum.

Sit primo  $a b c d$  pyramis in sphæra descripta, cuius sphæræ centrum sit  $e$ . Dico  $e$  pyramidis  $a b c d$  grauitatis esse centrum. Si enim iuncta  $d e$  producat ad basim  $a b c$  in  $f$ ; ex iis, quæ demonstrauit Campanus in quartodecimo libro elementorum, propositione decima quinta, & decima septima, erit  $f$  centrum circuli circa triangulum  $a b c$  descripti: atque erit  $e f$  sexta pars ipsius sphæræ axis. quare ex prima huius constat trianguli  $a b c$  grauitatis centrum esse punctum  $f$ : & idcirco lineam  $d f$  esse pyramidis axem.

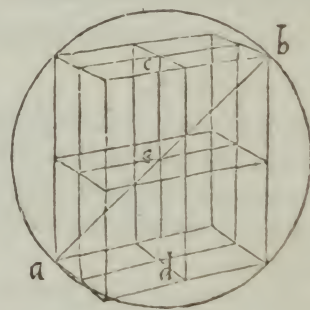
K 2

# FED. COMMANDINI

At cum  $e f$  sit sexta pars axis  
sphaerae, erit  $d$  et tripla  $e f$ . ergo  
punctum  $e$  est grauitatis cen-  
trum ipsius pyramidis : quod  
in uigesima secunda huius de-  
monstratum fuit. Sed  $e$  est cen-  
trum sphaerae. Sequitur igitur,  
ut centrum grauitatis pyrami-  
dis in sphaera descripta idem  
sit, quod ipsius sphaerae cen-  
trum.



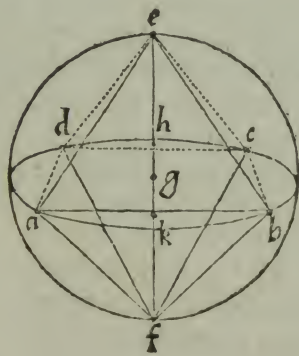
Sit cubus in sphaera descriptus  $a b$ , & oppositorum pla-  
norum lateribus bifariam diuisis, per puncta diuisionum  
plana ducantur, ut communis ipsorum sectio sit recta li-  
nea  $c d$ . Itaque si ducatur  $a b$ , solidi scilicet diameter, linea  
 $a b, c d$  ex trigesima nona undecimi sese bifariam secabunt.  
secent autem in puncto  $e$ . erit  
 $e$  centrū grauitatis solidi  $a b$ ,  
id quod demonstratum est in  
octaua huius. Sed quoniam  $a b$   
est sphaerae diametro aequalis,  
ut in decima quinta proposi-  
tione tertii decimi libri elemē-  
torum ostenditur: punctum  $e$   
sphaerae quoque centrum erit.  
Cubi igitur in sphaera descri-  
pti grauitatis centrum idem  
est, quod centrum ipsius sphaerae.



Sit octahedrum  $a b c d e f$ , in sphaera descriptum, cuius  
sphaerae centrum sit  $g$ . Dico punctum  $g$  ipsius octahedri  
grauitatis centrum esse. Constat enim ex iis, quae demon-  
strata sunt à Campano in quinto decimo libro elemento-  
rum, propositione sextadecima eiusmodi solidum diuidi  
in duas pyramides aequales, & similes; uidelicet in pyrami-  
dem,



dem, cuius basis est quadratum  $a b c d$ , & altitudo  $e g$ ; & in pyramidem, cuius eadē basis, altitudoq;  $f g$ ; ut sint  $e g$ ,  $g f$  semidiametri sphæræ, & linea una. Cū igitur  $g$  sit sphæræ centrum, erit etiam centrum circuli, qui circa quadratū  $a b c d$  describitur: & propterea eiusdem quadrati gravitatis centrum: quod in prima propositione huius demonstratum est. quare pyramidis  $a b c d e$  axis erit  $e g$ ; & pyramidis  $a b c d f$  axis  $f g$ . Itaque sit  $h$  centrum gravitatis pyramidis  $a b c d e$ , & pyramidis  $a b c d f$  centrum sit  $K$ : perspicuum est ex uigesima secunda propositione huius, lineā  $e h$  triplam esse  $h g$ : cōponendoq;  $e g$  ipsius  $g h$  quadruplam. & eadē ratione  $f g$  quadruplā ipsius  $g k$ . quod cum  $e g$ ,  $g f$  sint æquales, &  $h g$ ,  $g k$  necessario æquales erunt. ergo ex quarta propositione primi libri Archimedis de cētro gravitatis planorū, totius octahedri, quod ex dictis pyramidibus constat, centrum gravitatis erit punctum  $g$  idem, quod ipsius sphæræ centrum.

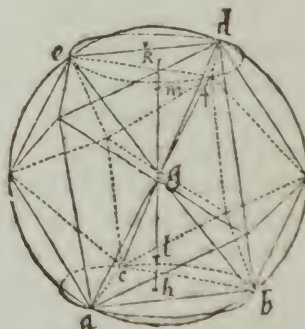


Sit icosaëdrum  $a d$  descriptum in sphæra, cuius centrū sit  $g$ . Dico  $g$  ipsius icosaëdri gravitatis esse centrum. Si enim ab angulo  $a$  per  $g$  ducatur recta linea usque ad sphæræ superficiem; constat ex sexta decima propositione libri tertii decimi elementorum, cadere eam in angulum ipsi  $a$  oppositum. cadat in  $d$ : sitq; una aliqua basis icosaëdri triangulum  $a b c$ : & iunctæ  $b g$ ,  $c g$  producantur, & cadant in angulos  $e f$ , ipsis  $b c$  oppositos. Itaque per triangula  $a b c$ ,  $d e f$  ducantur plana sphæram secantia. erunt hæc sec-

# FED. COMMANDINI

13. primi  
14. primi

Stiones circuli ex prima propositione sphaericorum Theodosii: unus quidem circa triangulum  $abc$  descriptus: alter uero circa  $def$ : & quoniam triangula  $abc$ ,  $def$  aequalia sunt, & similia; erunt ex prima, & secunda propositione duodecimi libri elementorum, circuli quoque inter se se aequales. postremo à centro  $g$  ad circulum  $abc$  perpendicularis ducatur  $gh$ ; & alia perpendicularis ducatur ad circulum  $def$ , quæ sit  $gk$ ; & iungantur  $ah$ ,  $dk$ . perspicuum est ex corollario primæ sphaericorum Theodosii, punctum  $h$  centrum esse circuli  $abc$ , &  $k$  centrum circuli  $def$ . Quoniam igitur triangulorum  $gah$ ,  $gdK$  latus  $ag$  est æquale lateri  $gd$ ; sunt enim à centro sphaeræ ad superficiem: atque est  $ah$  æquale  $dk$ : & ex sexta propositione libri primi sphaericorum Theodosii  $gh$  ipsi  $gK$ : triangulum  $gah$  æquale erit, & simile  $gdK$  triangulo: & angulus  $agh$  æqualis angulo  $dgK$ . sed anguli  $agh$ ,  $hgd$  sunt æquales duobus rectis. ergo & ipsi  $hgd$ ,  $dgk$  duobus rectis æquales erunt. & idcirco  $hg$ ,  $gK$  una, atque eadem erit linea. cum autem  $h$  sit centrū circuli, & trianguli  $abc$  grauitatis centrū probabitur ex iis, quæ in prima propositione huius tradita sunt. quare  $gh$  erit pyramidis  $abcg$  axis. & ob eandem causam  $gk$  axis pyramidis  $defg$ . Itaque centrum grauitatis pyramidis  $abcg$  sit pūctum  $l$ , & pyramidis  $defg$  sit  $m$ . Similiter ut supra demonstrabimus  $mg$ ,  $gl$  inter se æquales esse, & punctum  $g$  grauitatis centrum magnitudinis, quæ ex utrisque pyramidibus constat. eodem modo demonstrabitur, quarumcunque duarum pyramidum, quæ opponuntur, grauitatis centrū esse



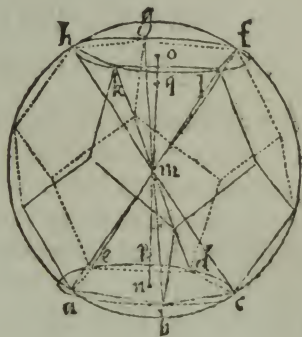


esse punctum  $g$ . Sequitur ergo ut icosahedri centrum gravitatis sit idem, quod ipsius sphaerae centrum.

Sit dodecahedrum  $a f$  in sphaera designatum, sitque sphaerae centrum  $m$ . Dico  $m$  centrum esse gravitatis ipsius dodecahedri. Sit enim pentagonum  $a b c d e$  una ex duodecim basibus solidi  $a f$ : & iuncta  $a m$  producat ad sphaerae superficiem. cadet in angulum ipsi  $a$  oppositum; quod colligitur ex decima septima propositione tertii decimi libri elementorum. cadat in  $f$ . at si ab aliis angulis  $b c d e$  per centrum idem lineae ducantur ad superficiem sphaerae in puncta  $g h k l$ ; cadent haec in alios angulos basis, quae ipsi  $a b c d$  basi opponitur. transeant ergo per pentagona  $a b c d e$ ,  $f g h k l$  plana sphaeram secantia, quae facient sectiones circulos aequales inter se se: postea ducantur ex centro sphaerae  $m$  perpendiculares ad plana dictorum circulorum; ad

circulum quidem  $a b c d e$  perpendicularis  $m n$ : & ad circulum  $f g h k l$  ipsa  $m o$ , erunt puncta  $n o$  circulorum centra: & lineae  $m n, m o$  inter se aequales: quod circuli aequales sint. Eodem modo, quo supra, demonstrabimus lineas  $m n, m o$  in una atque eandem lineam con-

venire. ergo cum puncta  $n o$  sint centra circulorum, constat ex prima huius & pentagonorum gravitatis esse centra: idcircoque  $m n, m o$  pyramidum  $a b c d e m, f g h k l m$  axes. ponatur  $a b c d e m$  pyramidis gravitatis centrum  $p$ : & pyramidis  $f g h k l m$  ipsum  $q$  centrum. erunt  $p m, m q$  aequales, & punctum  $m$  gravitatis centrum magnitudinis, quae ex ipsis pyramidibus constat. eodem modo probabitur quarumlibet pyramidum, quae e regione opponuntur, centrum



corol. primae sphaericorum Theod. 6. primi phaerico rum.

# FED. COMMANDINI

grauitatis esse punctum  $m$ . patet igitur totius dodecahedri, centrum grauitatis idē esse, quod & sphaeræ ipsum comprehendentis centrum. quæ quidem omnia demonstrasse oportebat.

## PROBLEMA VI. PROPOSITIO XXVIII.

DATA qualibet portione conoidis rectanguli, abscissa plano ad axem recto, uel non recto; fieri potest, ut portio solida inscribatur, uel circumscribatur ex cylindris, uel cylindri portionibus, æqualem habentibus altitudinem, ita ut recta linea, quæ inter centrum grauitatis portionis, & figuræ inscriptæ, uel circumscriptæ interiicitur, sit minor qualibet recta linea proposita.

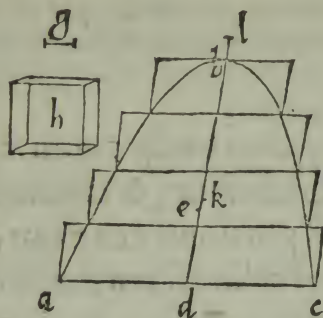
Sit portio conoidis rectanguli  $abc$ , cuius axis  $bd$ , grauitatisq; centrum  $e$ : & sit  $g$  recta linea proposita. quam uero proportionem habet linea  $be$  ad lineam  $g$ , eandem habeat portio conoidis ad solidum  $h$ : & circumscribatur portioni figura, sicuti dictum est, ita ut portiones reliquæ sint solido  $h$  minores: cuius quidem figuræ centrum grauitatis sit punctum  $k$ . Dico lineam  $ke$  minorem esse linea  $g$  proposita. nisi enim sit minor, uel æqualis, uel maior erit. & quoniam figura circumscripta ad reliquas portiones maiorem proportionem habet, quàm portio conoidis ad solidum  $h$ ; hoc est maiorem, quàm  $be$  ad  $g$ : &  $be$  ad  $g$  non minorem habet proportionem, quàm ad  $ke$ , propterea quod  $ke$  non ponitur minor ipsa  $g$ : habebit figura circumscripta ad portiones reliquas maiorem proportionem quàm  $be$  ad  $ke$ : & diuidendo portio conoidis ad reliquas portiones habebit maiorem, quàm  $be$  ad  $ke$ . quare si fiat ut portio conoidis

8. quinti.

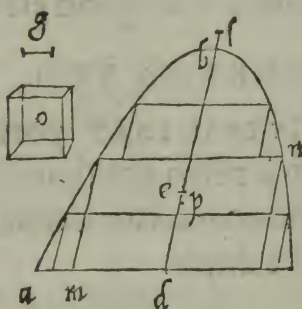
22. quinti  
ex traditione  
Cassiani.



noidis ad portiones reliquas, ita alia linea, quæ sit  $lk$  ad  $ke$ : erit  $lk$  maior, quam  $bk$ : & ideo punctum  $l$  extra portionem cadet. Quoniam igitur à figura circumscripta, cuius gravitatis centrum est  $k$ , auferitur portio conoidis, cuius centrum  $e$ . habetq;  $lk$  ad  $ke$  eam proportionem, quam portio conoidis ad reliquas portiones; erit punctum  $l$  extra portionem cadens, centrum magnitudinis ex reliquis portionibus compositæ. illud autem fieri nullo modo potest. quare constat lineam  $k$  e ipsa  $g$  linea proposita minorem esse.



Rursus inscribatur portioni figura, uidelicet cylindrus  $mn$ , ut sit ipsius altitudo æqualis dimidio axis  $bd$ : & quam proportionem habet  $be$  ad  $g$ , habeat  $mn$  cylindrus ad solidum  $o$ . inscribatur deinde eidem alia figura, ita ut portiones reliquæ sint solido  $o$  minores: & centrum gravitatis figuræ sit  $p$ . Dico lineam  $p$  e ipsa  $g$  minorem esse. si enim non sit minor, eodem, quo supra modo demonstrabimus figuram inscriptam ad reliquas portiones maiorem proportionem habere, quam  $be$  ad  $ep$ . & si fiat alia linea  $le$  ad  $ep$ , ut est figura inscripta ad reliquas portiones, punctum  $l$  extra por-



L

# FED. COMMANDINI

tionem cadet: Itaque cum à portione conoidis, cuius grauitatis centrum e auferatur inscripta figura, centrum habens p: & sit l e ad e p, ut figura inscripta ad portiones reliquas: erit magnitudinis, quæ ex reliquis portionibus constat, centrum grauitatis punctum l, extra portionem cadens. quod fieri nequit. ergo linea p e minor est ipsa g linea proposita.

Ex quibus perspicuum est centrum grauitatis figuræ inscriptæ, & circumscriptæ eo magis accedere ad portionis centrum, quo pluribus cylindris, uel cylindri portionibus constet: fiatq; figura inscripta maior, & circumscripta minor. & quanquam continenter ad portionis centrū propius admoueatur: nunquam tamen ad ipsum perueniet. sequeretur enim figuram inscriptam, nō solum portioni, sed etiam circumscriptæ figuræ æqualem esse. quod est absurdum.

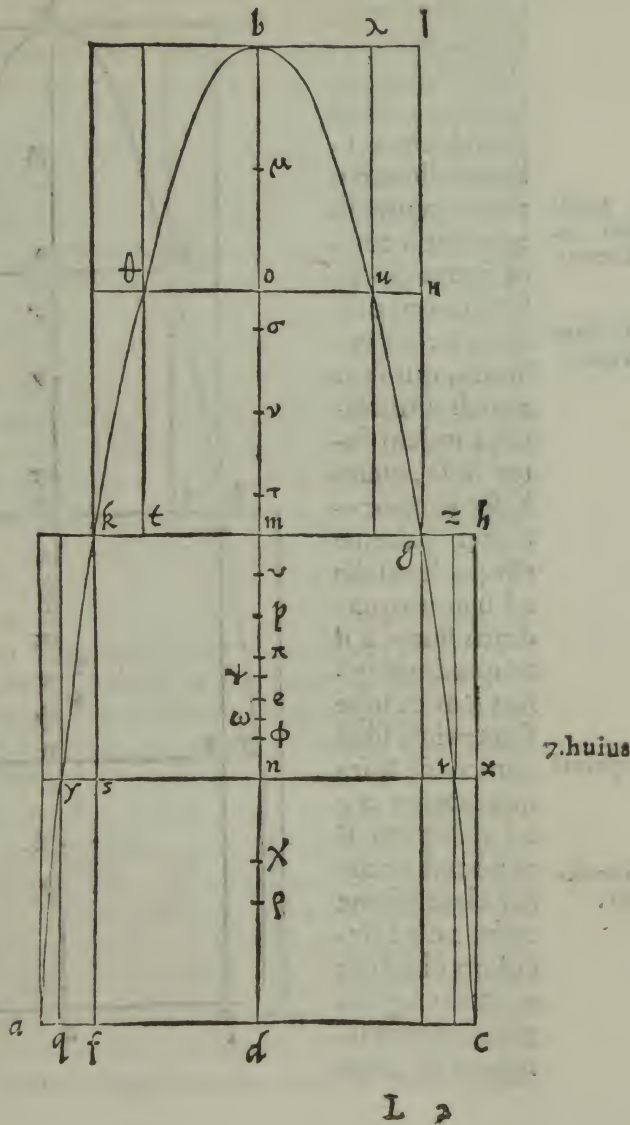
## THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIX.

CVIVSLIBET portionis conoidis rectanguli axis à cētro grauitatis ita diuiditur, ut pars quæ terminatur ad uerticem, reliquæ partis, quæ ad basin sit dupla.

SIT portio conoidis rectanguli uel abscissa plano ad axem recto, uel non recto: & secta ipsa altero plano per axē sit superficiei sectio a b c rectanguli coni sectio, uel parabole; plani abscindentis portionem sectio sit recta linea a c: axis portionis, & sectionis diameter b d. Sumatur autem in linea b d punctum e, ita ut b e sit ipsius e d dupla. Dico  
e por-



e portionis a b  
c grauitatis esse  
centrum. Diui-  
datur enim b d  
bifariam in m :  
& rursus d m, n  
b bifariam diui-  
dantur in pun-  
ctis n, o: inscri-  
baturq; portio-  
ni figura solida,  
& altera circum-  
scribatur ex cy-  
lindris æqualem  
altitudinem ha-  
bentibus, ut su-  
perius dictū est.  
Sit autem pri-  
mum figura in-  
scripta cylindrus  
f g: & circūscri-  
pta ex cylindris  
a h, K l constet.  
punctum n erit  
centrum graui-  
tatis figuræ in-  
scriptæ, mediū  
scilicet ipsius d  
m axis: atq; idē  
erit centrum cy-  
lindri a h: & cy-  
lindri k l centrū  
o, axis b m me-  
dium. quare si li



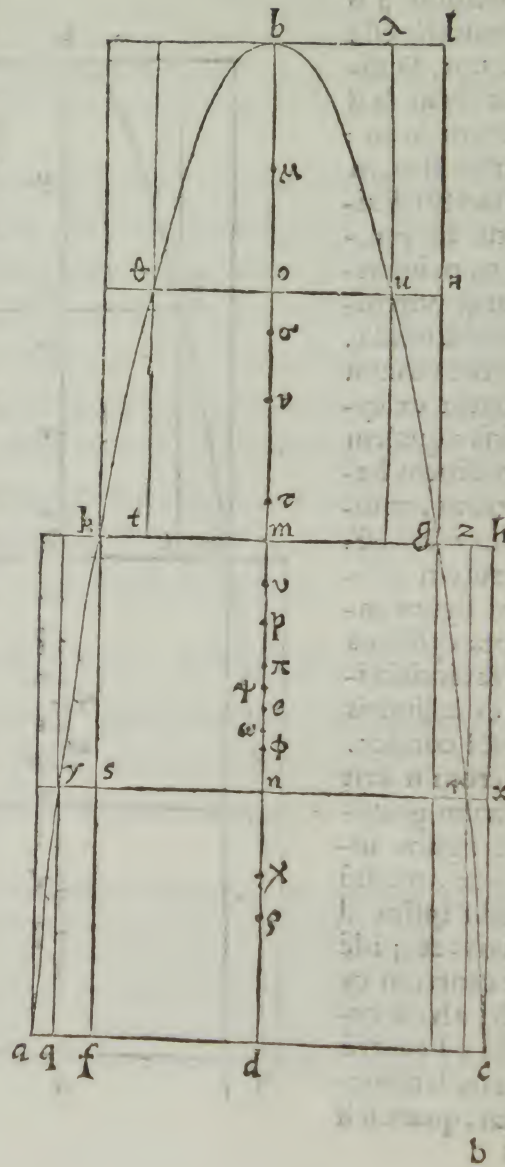
8. primi  
libri Ar-  
chimedidis

11. duo-  
decimi.

15. quinti

2. duode-  
cimi.

neam on ita di-  
uiferimus in p,  
ut quā propor-  
tionē habet cy-  
lindrus a h ad  
cylindrum k l,  
habeat linea o p  
ad p n: centrum  
grauitatis toti-  
us figuræ circū-  
scriptæ erit pun-  
ctum p. Sed cy-  
lindri, qui sunt  
æquali altitudi-  
ne, eandem in-  
ter se se, quam  
bases propor-  
tionem habent:  
estq; ut linea d b  
ad b m, ita qua-  
dratū lineæ a d  
ad quadratū ip-  
sius K m, ex uige-  
sima primi libri  
conicorū: & ita  
quadratum a c  
ad quadratū K  
g: hoc est circu-  
lus circa diame-  
trum a c ad cir-  
culum circa dia-  
metrum k g. du-  
pla est autem li-  
nea d b lineæ



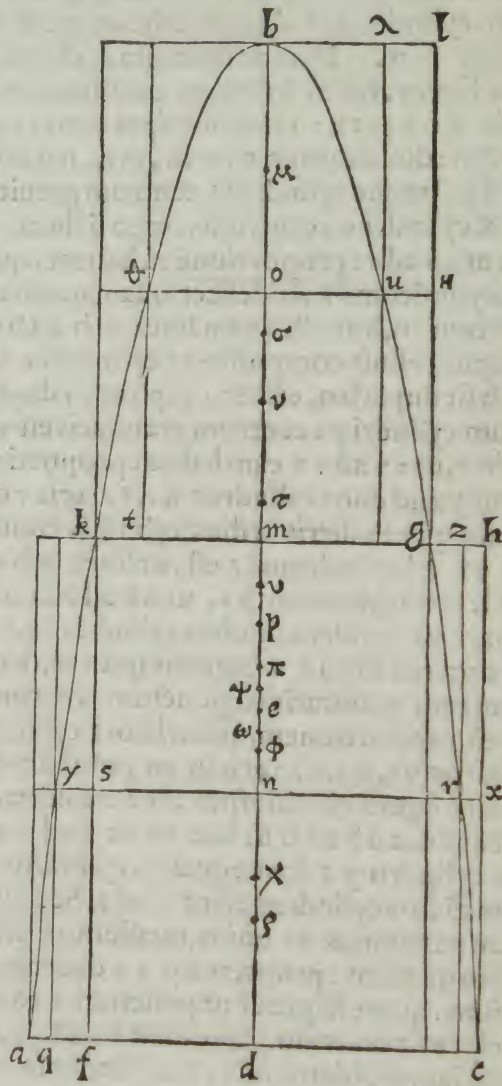


b m. ergo circulus a c circuli k g: & idcirco cylindrus a h cylindri k l duplus erit. quare & linea o p dupla ipsius p n. Deinde inscripta & circumscripta portioni alia figura, ita ut inscripta constituatur ex tribus cylindris q r, s g, t u: circumscripta uero ex quatuor a x, y z, K v, θ λ: diuidantur b o, o m, m n, n d bifariam in punctis μ ν π ρ. Itaque cylindri θ λ centrum gravitatis est punctum μ: & cylindri κ v centrum ν. ergo si linea μ ν diuidatur in σ, ita ut μ σ ad σ ν proportionē eā habeat, quam cylindrus K v ad cylindrum θ λ, uidelicet quam quadratam κ m ad quadratum θ o, hoc est, quam linea m b ad b o: erit σ centrum magnitudinis compositæ ex cylindris κ v, θ λ. & cum linea m b sit dupla b o, erit & μ σ ipsius σ ν dupla. præterea quoniam cylindri y z centrum gravitatis est π, linea σ π ita diuisa in τ, ut σ τ ad τ π eam habeat proportionem, quam cylindrus y z ad duos cylindros K v, θ λ: erit τ centrum magnitudinis, quæ ex dictis tribus cylindris constat: cylindrus autē y z ad cylindrum θ λ est, ut linea n b ad b o; hoc est ut 3 ad 1: & ad cylindrum κ v, ut n b ad b m, uidelicet ut 3 ad 2: quare y z cylindrus duobus cylindris κ v, θ λ æqualis erit. & propterea linea σ π æqualis ipsi τ π. denique cylindri a x centrum gravitatis est punctum ρ. & cum τ ρ diuisa fuerit in eā proportionem, quam habet cylindrus a x ad tres cylindros y z, κ v, θ λ: erit in eo puncto centrum gravitatis totius figuræ circumscriptæ. Sed cylindrus a x ad ipsum y z est ut linea d b ad b n: hoc est ut 4 ad 3: & duo cylindri κ v, θ λ cylindro y z sunt æquales. cylindrus igitur a x ad tres iam dictos cylindros est ut 2 ad 3. Sed quoniam μ σ est duarum partium, & σ ν unius, qualium μ π est sex; erit σ π partium quatuor: propterea q; τ π duarum, & ν π, hoc est π ρ trium. quare sequitur ut punctum π totius figuræ circumscriptæ sit centrum. Itaque fiat μ ν ad ν π, ut μ σ ad σ ν. & ν ρ bifariam diuidatur in φ. Similiter ut in circumscripta figura ostendetur centrum magnitudinis compositæ ex cylindris

20. primi  
conicorū

FED. COMMANDINI

dris s g, tu esse punctum v: & totius figuræ inscriptæ, quæ cōstat ex cylindris q r, s g, tu esse centrum. Sunt enim hi cylindri æquales & similes cylindris y z, K  $\eta$ ,  $\theta$   $\lambda$ , figuræ circumscriptæ. Quoniã igitur ut b e a d e d, ita est o p ad p n; utraq; enim utriusque est dupla: erit componendo, ut b d ad d e, ita o n ad n p; & permutando, ut b d ad o n, ita d e ad n p. Sed b d dupla est o n. ergo & e d ipsius n p dupla erit. quod si e d bifariam diuidatur i  $\chi$ , erit  $\chi$  d, uel e  $\chi$  æqualis n p: & sublata e n, quæ est cōmunis utrique e  $\chi$ , p n,

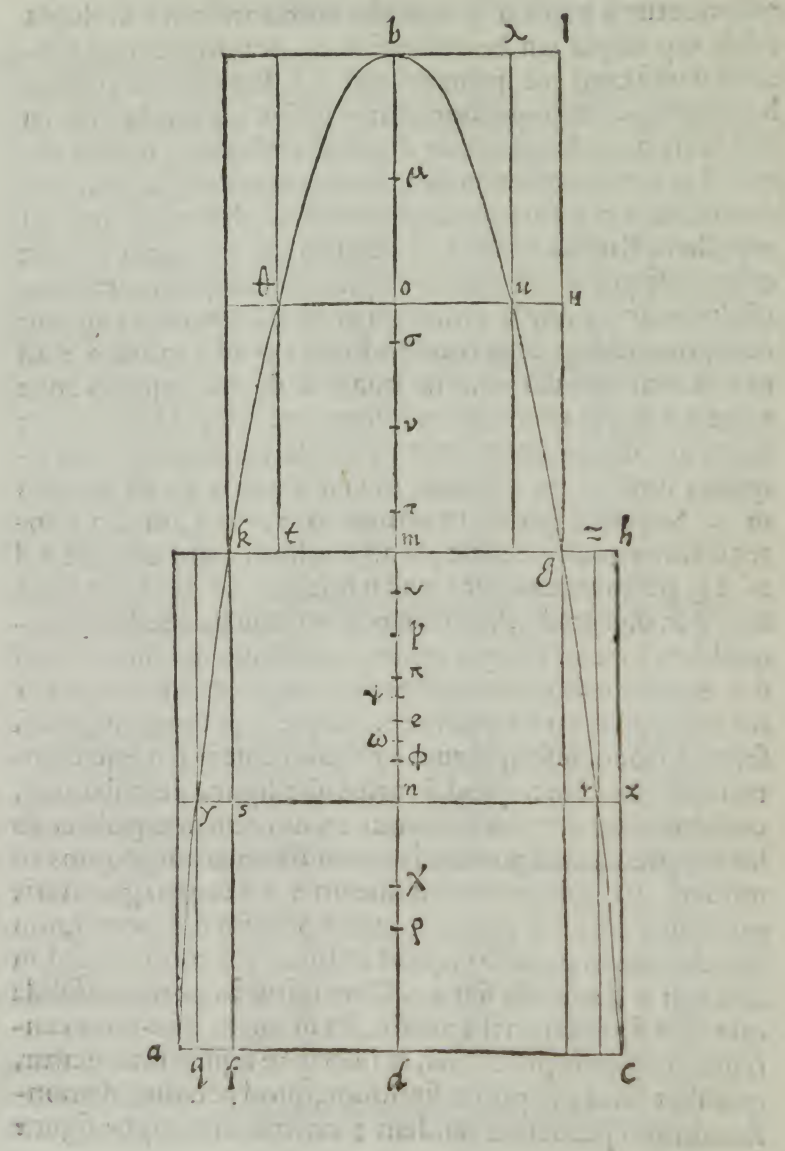


relin-



relinquetur  $p e$  ipsi  $n \chi$  æqualis. cum autem  $b e$  sit dupla  
 $e d$ , &  $o p$  dupla  $p n$ , hoc est ipsius  $e \chi$ , & reliquum, uideli-  
 cet  $b o$  unà cum  $p e$  ipsius reliqui  $\chi d$  duplū erit. estque  
 $b o$  dupla  $e d$ . ergo  $p e$ , hoc est  $n \chi$  ipsius  $\chi p$  dupla. sed  $d n$   
 dupla est  $n e$ . reliqua igitur  $d \chi$  dupla reliquæ  $\chi n$ . sunt au-  
 tem  $d \chi$ ,  $p n$  inter se æquales: itemq; æquales  $\chi n$ ,  $p e$ . qua-  
 re constat  $n p$  ipsius  $p e$  duplam esse. & idcirco  $p e$  ipsi  $e n$   
 æqualem. Rursus cum sit  $\mu v$  dupla  $o v$ , &  $\mu \sigma$  dupla  $\sigma v$ ; erit  
 etiam reliqua  $v \sigma$  reliquæ  $\sigma o$  dupla. Eadem quoque ratione  
 cōcludetur  $\pi v$  dupla  $v m$ . ergo ut  $v \sigma$  ad  $\sigma o$ , ita  $\pi v$  ad  $v m$ :  
 componendoq; , & permutando, ut  $v o$  ad  $\pi m$ , ita  $o \sigma$  ad  
 $m v$ : & sunt æquales  $v o$ ,  $\pi m$ . quare &  $o \sigma$ ,  $m v$  æquales. præ-  
 terea  $\sigma \pi$  dupla est  $\pi \tau$ , &  $v \pi$  ipsius  $\pi m$ . reliqua igitur  $\sigma v$  re-  
 liquæ  $m \tau$  dupla. atque erat  $v \sigma$  dupla  $\sigma o$ . ergo  $m \tau$ ,  $\sigma o$  æ-  
 quales sunt: & ita æquales  $m v$ ,  $n \phi$ . at  $o \sigma$ , est æqualis  
 $m v$ . Sequitur igitur, ut omnes  $o \sigma$ ,  $m \tau$ ,  $m v$ ,  $n \phi$  in-  
 ter se sint æquales. Sed ut  $p \pi$  ad  $\pi \tau$ , hoc est ut 3 ad 2, ita  $n d$   
 ad  $d \chi$ : permutādoq; ut  $p \pi$  ad  $n d$ , ita  $\pi \tau$  ad  $d \chi$ . & sūt æqua-  
 les  $p \pi$ ,  $n d$ . ergo  $d \chi$ , hoc est  $n p$ , &  $\pi \tau$  æquales. Sed etiam æ-  
 quales  $n \pi$ ,  $\pi m$ . reliqua igitur  $\pi p$  reliquæ  $m \tau$ , hoc est ipsi  
 $n \phi$  æqualis erit. quare dempta  $p \pi$  ex  $p e$ , &  $\phi n$  dempta ex  
 $n e$ , relinquitur  $p e$  æqualis  $e \phi$ . Itaque  $\pi$ ,  $\phi$  centra figurarū  
 secundo loco descriptarum a primis centris  $p n$  æquali in-  
 teruallo recedunt. quòd si rursus aliæ figuræ describantur,  
 eodem modo demonstrabimus earum centra æqualiter ab  
 his recedere, & ad portionis conoidis centrum propius ad-  
 moueri. Ex quibus constat lineam  $\pi \phi$  à centro gravitatis  
 portionis diuidi in partes æquales. Si enim fieri potest, non  
 sit centrum in puncto  $e$ , quod est lineæ  $\pi \phi$  medium: sed in  
 $\downarrow$ : & ipsi  $\pi \downarrow$  æqualis fiat  $\phi a$ . Cum igitur in portione solida  
 quædam figura inscribi possit, ita ut linea, quæ inter cen-  
 trum gravitatis portionis, & inscriptæ figuræ interiicitur,  
 qualibet linea proposita sit minor, quod proxime demon-  
 strauimus: perueniet tandem  $\phi$  centrum inscriptæ figuræ

19 quinti





ad punctum  $\omega$ . Sed quoniam  $\pi$  circumscripta itidem alia figura æquali intervallo ad portionis centrum accedit, ubi primum  $\phi$  applicuerit se ad  $\omega$ , &  $\pi$  ad punctum  $\downarrow$ , hoc est ad portionis centrum se applicabit. quod fieri nullo modo posse perspicuum est. non aliter idem absurdum sequetur, si ponamus centrum portionis recedere à medio ad partes  $\omega$ ; esset enim aliquando centrum figuræ inscriptæ idem quod portionis centrū. ergo punctum  $e$  centrum erit gravitatis portionis  $a b c$ . quod demonstrare oportebat.

Quod autem supra demonstratum est in portione conoidis recta per figuras, quæ ex cylindris æqualem altitudinem habentibus constant, idem similiter demonstrabimus per figuras ex cylindri portionibus constantes in ea portione, quæ plano non ad axem recto abscinditur. ut enim tradidimus in commentariis in undecimam propositionem libri Archimedis de conoidibus & sphaeroidibus. portiones cylindri, quæ æquali sunt altitudine eam inter se se proportionem habent, quam ipsarum bases: bases autem quæ sunt ellipses similes eandem proportionem habere, quam quadrata diametrorum eiusdem rationis, ex corollario septimæ propositionis libri de conoidibus, & sphaeroidibus, manifeste apparet.

corol. 15  
de conoi-  
dibus &  
sphaeroi-  
dibus.

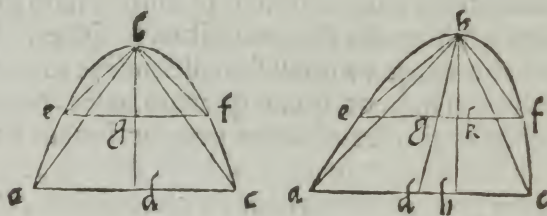
# THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXX.

Si à portione conoidis rectanguli alia portio abscindatur, plano basi æquidistante; habebit portio tota ad eam, quæ abscissa est, duplam proportionem eius, quæ est basis maioris portionis ad basim minoris, uel quæ axis maioris ad axem minoris.

M

# FED. COMMANDINI

ABSCINDATUR à portione conoidis rectanguli  $abc$  alia portio  $ebf$ , plano basi æquidistante: & eadem portio secetur alio plano per axem; ut superficiei sectio sit parabola  $abc$ : planorum portiones abscindentium rectæ lineæ  $ac$ ,  $ef$  axis autem portionis, & sectionis diameter  $bd$ ; quam lineæ  $ef$  in puncto  $g$  secet. Dico portionem conoidis  $abc$  ad portionem  $ebf$  duplam proportionem habere eius, quæ est basis  $ac$  ad basim  $ef$ ; uel axis  $db$  ad  $bg$  axem. Intelligentur enim duo coni, seu coni portiones  $abc$ ,  $ebf$ , eadem basim, quam portiones conoidis, & æqualem habentes altitudinem. & quoniam  $abc$  portio conoidis sesquialtera est coni, seu portionis coni  $abc$ ; & portio  $ebf$  coni seu portionis coni  $ebf$  est sesquialtera, quod de-



monstrauit Archimedes in propositionibus 23, & 24 libri de conoidibus, & sphæroidibus: erit conoidis portio ad conoidis portionem, ut conus ad conum, uel ut coni portio ad coni portionem. Sed conus, uel coni portio  $abc$  ad conum, uel coni portionem  $ebf$  compositam proportionem habet ex proportionem basis  $ac$  ad basim  $ef$ , & ex proportionem altitudinis coni, uel coni portionis  $abc$  ad altitudinem ipsius  $ebf$ , ut nos demonstrauimus in commentariis in undecimam propositionem eiusdem libri Archimedis: altitudo autem ad altitudinem est, ut axis ad axem. quod quidem in conis rectis perspicuum est, in scalenis ue-

ro



ro ita demonstrabitur. Ducatur à puncto  $b$  ad planum basis  $a c$  perpendicularis linea  $b h$ , quæ ipsam  $e f$  in  $K$  secet. erit  $b h$  altitudo coni, uel coni portionis  $a b c$ : &  $b K$  altitudo  $e f g$ . Quod cum lineæ  $a c, e f$  inter se æquidistant, sunt enim planorum æquidistantium sectiones: habebit  $d b$  ad  $b g$  proportionem eandem, quam  $h b$  ad  $b k$ . quare portio conoidis  $a b c$  ad portionem  $e f g$  proportionem habet compositam ex proportionibus basis  $a c$  ad basim  $e f$ ; & ex proportionibus  $d b$  axis ad axem  $b g$ . Sed circulus, uel ellipsis circa diametrum  $a c$  ad circulum, uel ellipsim circa  $e f$ , est ut quadratum  $a c$  ad quadratum  $e f$ ; hoc est ut quadratū  $a d$  ad quadratū  $e g$ . & quadratum  $a d$  ad quadratum  $e g$  est, ut linea  $d b$  ad lineam  $b g$ . circulus igitur, uel ellipsis circa diametrum  $a c$  ad circulum, uel ellipsim circa  $e f$ , hoc est basis ad basim eandem proportionem habet, quā  $d b$  axis ad axem  $b g$ . ex quibus sequitur portionem  $a b c$  ad portionem  $e f g$  habere proportionem duplam eius, quæ est basis  $a c$  ad basim  $e f$ : uel axis  $d b$  ad  $b g$  axem. quod demonstrandum proponebatur.

16. undecimi.  
4. sexti.

2. duodecimi  
7. de conoidibus & sphaeroidibus  
15. quinti  
20. primi conicorum

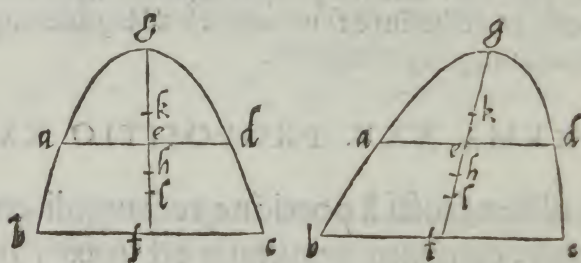
## THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXXI.

Cuiuslibet frusti à portione rectanguli conoidis abscissi, centrum grauitatis est in axe, ita ut demptis primum à quadrato, quod fit ex diametro maioris basis, tertia ipsius parte, & duabus tertiis quadrati, quod fit ex diametro basis minoris: deinde à tertia parte quadrati maioris basis rursus dempta portione, ad quam reliquum quadrati basis maioris unā cum dicta portione duplā proportionem habeat eius, quæ est quadrati ma-

M 2

ioris basis ad quadratum minoris: centrum sit in eo axis puncto, quo ita diuiditur ut pars, quæ minorem basim attingit ad alteram partem eandem proportionem habeat, quam dempto quadrato minoris basis à duabus tertiis quadrati maioris, habet id, quod reliquum est unà cum portione à tertia quadrati maioris parte dempta, ad reliquā eiusdem tertie portionem.

SIT frustum à portione rectanguli conoidis abscissum  $abcd$ , cuius maior basis circulus, uel ellipsis circa diametrum  $bc$ , minor circa diametrum  $ad$ ; & axis  $ef$ . describatur autem portio conoidis, à quo illud abscissum est, & pla-



no per axem ducto secetur, ut superficiei sectio sit parabole  $bgc$ , cuius diameter, & axis portiois  $gf$ : deinde  $gf$  diuidatur in puncto  $h$ , ita ut  $gh$  sit dupla  $hf$ : & rursus  $ge$  in eandem proportionem diuidatur: sitq,  $gk$  ipsius  $ke$  dupla. Iā ex iis, quæ proxime demonstrauius, constat centrum grauitatis portiois  $bge$  esse  $h$  punctum: & portiois  $age$  punctum  $k$ . sumpto igitur infra  $h$  puncto  $l$ , ita ut  $k$   $had$   $hl$  cam



eam proportionem habeat, quam  $abcd$  frustum ad portionem  $agd$ ; erit punctum  $l$  eius frusti gravitatis ceterum: habebitq; componendo  $Kl$  ad  $lh$  proportionem eandem, quam portio conoidis  $bgc$  ad  $agd$  portionem. Itaq; quoniam quadratum  $bf$  ad quadratum  $ae$ , hoc est quadratum  $bca$  ad quadratum  $ade$  est, ut linea  $fg$  ad  $ge$ : erunt duæ tertiæ quadrati  $bca$  ad duas tertias quadrati  $ade$ , ut  $hg$  ad  $gk$ : & si à duabus tertiis quadrati  $bca$  demptæ fuerint duæ tertiæ quadrati  $ade$ : erit diuidendo id, quod relinquitur ad duas tertias quadrati  $ade$ , ut  $hk$  ad  $kg$ . Rursus duæ tertiæ quadrati  $ade$  ad duas tertias quadrati  $bca$  sunt, ut  $kg$  ad  $gh$ : & duæ tertiæ quadrati  $bca$  ad tertiā partē ipsius, ut  $gh$  ad  $h$  f. ergo ex æquali id, quod relinquitur ex duabus tertiis quadrati  $bca$ , demptis ab ipsis quadrati  $ade$  duabus tertiis, ad tertiā partem quadrati  $bca$ , ut  $kh$  ad  $hf$ : & ad portionem eiusdē tertiæ partis, ad quam unā cum ipsa portione, duplam proportionem habeat eius, quæ est quadrati  $bca$  ad quadratū  $ade$ , ut  $Kl$  ad  $lh$ . habet enim  $Kl$  ad  $lh$  eandem proportionem, quam conoidis portio  $bgc$  ad portionem  $agd$ : portio autem  $bgc$  ad portionem  $agd$  duplam proportionem habet eius, quæ est basis  $bca$  ad basim  $ade$ : hoc est quadrati  $bca$  ad quadratum  $ade$ ; ut proxime demonstratum est. quare dempto  $ade$  quadrato à duabus tertiis quadrati  $bca$ , erit id, quod relinquitur unā cum dicta portione tertiæ partis ad reliquam eiusdē portionem, ut  $el$  ad  $lf$ . Cum igitur centrum gravitatis frusti  $abcd$  sit  $l$ , à quo axis  $ef$  in eam, quā diximus, proportionem diuidatur; constat uerū esse illud, quod demonstrandum proposuimus.

20. r. conoidis.

30 huius

FINIS LIBRI DE CENTRO  
GRAVITATIS SOLIDORVM.

Impress. Bononiæ cum licentia Superiorum.

